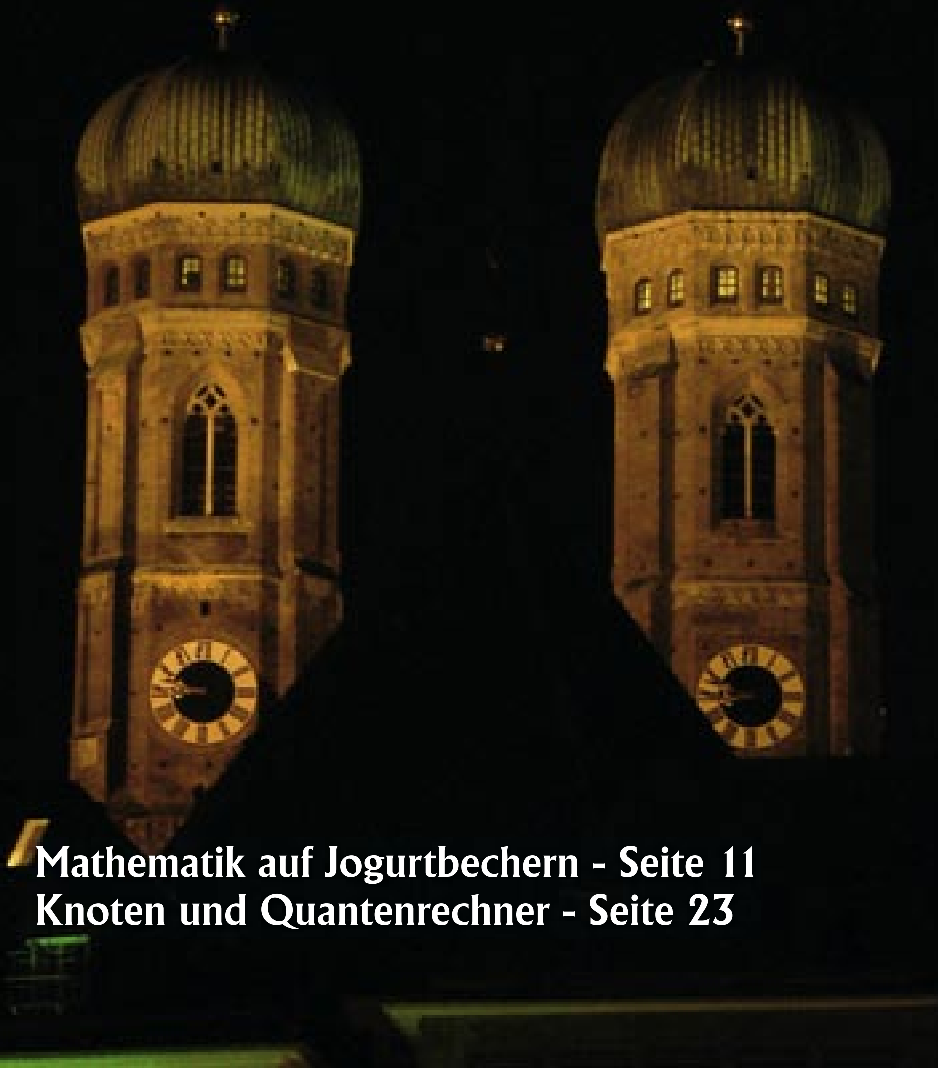
mathe-lmu.de

Nr. 15 Januar 2007

Förderverein Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.



Mathematik auf Jogurtbechern - Seite 11

Knoten und Quantenrechner - Seite 23

Liebe Leserinnen und Leser,

insgeheim hatte man ja in diese Richtung gedacht, doch dass München mit zwei von insgesamt nur drei deutschen Eliteuniversitäten derart souverän das Rennen machen würde, war doch eine Sensation. Und so zieren nun gleich zwei „Leuchttürme für Spitzenforschung“ die Stadtsilhouette.
Dieser Erfolg hat der Redaktion von mathe-lmu.de die Wahl eines Titelbildes erheblich erschwert, sind doch Leuchttürme so weit im Binnenland eher selten. Wir haben uns mit einem symbolischen Ersatz begnügt, der zwar bzgl. Leuchtkraft Nachholbedarf hätte, doch manifestieren die Frauentürme schon seit über 500 Jahren Münchens Anspruch, dass sein Stadtbild allemal von Doppeltürmen – sprich gleich zwei Eliteuniversitäten – geziert werden sollte.
Es heißt Abschied zu nehmen: Im Sommersemester 2007 bietet unser Institut letztmalig die Gelegenheit zu einem Studienbeginn in den Diplomstudiengängen, danach werden sie durch Bachelor-/Masterstudiengänge ersetzt. Und dieser Umstellung wird ab 2008 auch das so erfolgreiche zusätzliche Angebot eines Studienbeginns im Sommersemester zum Opfer fallen. Schade!

Ihnen allen ein glückliches Jahr 2007

Heinrich Steinlein

Liebes Vereinsmitglied,

der Stellenmarkt für Mathematiker gerät in Bewegung: Bereits im Juni fand die Deutsche Bank auf Einladung von Bernhard Emmer den Weg in unser Institut, um die beruflichen Perspektiven von Mathematikern aufzuzeigen. Wenig später, auf unserer Mitgliederversammlung im Juli, übernahm Professor Dr. Franz Merkl das Amt des 2. Vorsitzenden des Fördervereins von Professor Dr. Detlef Dürr, begleitet von einem Vortrag über die Anforderungen an das Risikomanagement von ukrainischen Banken vor dem Hintergrund von Basel II – auch dort eröffnen sich Chancen für Mathematiker. Inzwischen wird Ingrid Schehrer nicht müde, Wege zwischen Wirtschaft und Universität anzubahnen, auf denen unsere Absolventen zielsicher Richtung Karriere marschieren können. Ihrer Initiative sind nicht nur die Stellenanzeigen in unserer Zeitschrift, sondern auch eine ganze Reihe an Unternehmenspräsentationen in den kommenden Monaten zu verdanken.
Und wohin führt Ihr Weg? Unsere „Karriere“-Seiten portraitieren jedes Mal spannende und oft ungewöhnliche Berufswege; schmökern Sie doch einmal im Archiv unter *www.mathe-lmu.de*. Oder sind Sie schon angekommen und möchten uns davon erzählen? Dann sprechen Sie mit uns!

Ihre Katharina Schüller

Impressum	**mathe-lmu.de**
Herausgeber	Förderverein Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der Ludwig-Maximilians-Universität München e.V., Mathematisches Institut, Universität München, Theresienstr. 39, 80333 München fmwus@mathematik.uni-muenchen.de Konto: 1267532, Bankleitzahl 700 500 00, Bayerische Landesbank
ViSdP	Heinrich Steinlein, Mathematisches Institut, Universität München, Theresienstr. 39 80333 München, Tel. 2180-4448 steinl@mathematik.uni-muenchen.de
Redaktion	Bernhard Emmer, Daniel Rost, Ingrid Schehrer, Erwin Schörner, Katharina Schüller, Heinrich Steinlein, Helmut Zöschinger
Auflage	5500
Layout	Gerhard Koehler, München kws@kws-koehler.de
Druck	Siller Offsetdruck, Künzelsau

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichten. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

Programm Mathematik am Samstag 2007

Samstag, den 03.02.2007, 15.15 – 16.30 Uhr

Priv.-Doz. Dr. Peter Schauenburg	**Origami-Zahlen oder die Dreiteilung eines Winkels ohne Zirkel und Lineal**

Winkel halbieren und Quadrate verdoppeln kann jeder. Dagegen ist es nachweislich unmöglich, nur mit Zirkel und Lineal beliebige Winkel zu dritteln, oder das Volumen eines Würfels zu verdoppeln. Es geht aber doch, und sogar ohne Zirkel und Lineal, nur mit Origami.

Samstag, den 10.02.2007, 15.15 – 16.30 Uhr

Dr. Oliver Matte	**Zur Definition von Potenzfunktionen**

Es wird eine etwas seltener anzutreffende Methode zur Einführung der Exponentialfunktion vorgestellt. Ausgangspunkt hierbei ist die Idee, statt der so genannten Eulerschen Folge leichte Verallgemeinerungen derselben zu benutzen. Im Laufe des Vortrages werden wir zudem die Potenzreihendarstellung der Exponentialfunktion finden sowie den Logarithmus und allgemeine Potenzfunktionen definieren.

Samstag, den 03.03.2007, 15.15 – 16.30 Uhr

Prof. Dr. Martin Schottenloher	**Spieltheorie: Im Spannungsfeld zwischen Kooperation und Wettbewerb**

Die Spieltheorie – besser als "interaktive Entscheidungstheorie" bezeichnet – modelliert Entscheidungssituationen, die von mehreren Akteuren abhängen. Sie liefert genaue Strategien, wenn man sich optimal entscheiden will. Daher kommt das Potential, die Spieltheorie in sehr unterschiedlichen Bereichen anzuwenden: In der Ökonomie, der Biologie, der Psychologie, der Politik und der Physik. Der Vortrag konzentriert sich auf einfache, fundamentale Beispiele, die zum Teil überraschende Ergebnisse aufzeigen und sich an dem Konflikt zwischen Wettbewerb und Zusammenarbeit orientieren.

Samstag, den 24.03.2007, 15.15 – 16.30 Uhr

Prof. Dr. Volker Aurich	**Verarbeitung von Bild- und Volumendaten in der Medizin**

Moderne bildgebende Verfahren der Medizin erzeugen häufig riesige Datenmengen, deren Befundung durch Computerunterstützung erleichtert oder sogar erst ermöglicht wird. Zur Verarbeitung der Daten im Rechner müssen geeignete Algorithmen entwickelt werden, die ihrerseits auf unterschiedlichen mathematischen Methoden beruhen. In dem Vortrag werden einige typische Problemstellungen und Lösungsansätze anhand zwei-, drei- und vierdimensionaler Tomografiedaten erläutert und vorgeführt.

Nach allen Vorträgen gibt es Getränke und Gebäck

Mathematisches Institut der LMU München, Theresienstraße 39, Hörsaal B 004

Berichte aus dem Mathematischen Institut

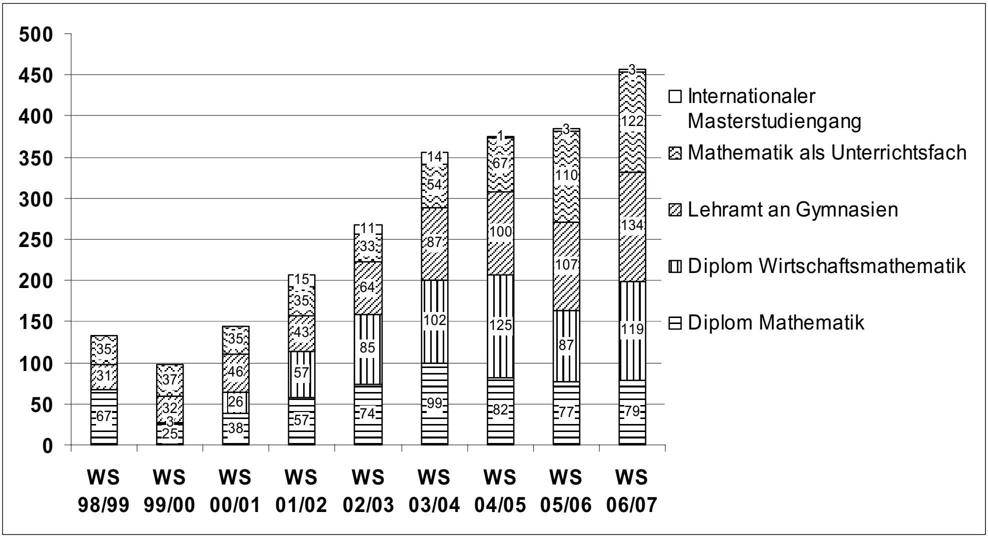
Studentenzahlen Nach zwei Jahren mit nur einstelligem prozentualem Zuwachs erleben wir in diesem Wintersemester wieder einen gewaltigen Boom bei den Anfängerzahlen, speziell in der Wirtschaftsmathematik und beim gymnasialen Lehramt. Insgesamt haben wir in den unten aufgeführten Studiengängen 457 Anfänger gegenüber 384 in Vorjahr (Zuwachs 19 %). Die Gesamtzahl der Studierenden in mathematischen Studiengängen stieg von 1397 auf 1650. Die ziemlich endgültigen Zahlen im Einzelnen (Vorjahreszahlen in Klammern):

Diplom Mathematik	79	(77)
Diplom Wirtschaftsmathematik	119	(87)
Lehramt an Gymnasien	134	(107)
Mathematik als Unterrichtsfach	122	(110)
Internationaler Masterstudiengang	3	(3)

Berufungen

Sobald die Hochschulleitung die Ausschreibung einer W2-Professur im Elite-Masterstudiengang Theoretische und Mathematische Physik (TMP) freigeben wird, wird das Berufungsverfahren dazu beginnen. Eine W1-Juniorprofessur in diesem Elite-Masterstudiengang ist derzeit ausgeschrieben.

LMU Eliteuniversität In der am 13. Oktober verkündeten Entscheidung in der ersten Antragsrunde der Exzellenzinitiative des Bundes und der Länder konnte die LMU einen großen Erfolg verbuchen: In allen drei Förderlinien konnte sie punkten und darf sich wie auch die Universität Karlsruhe und die Technische Universität München „Eliteuniversität“ nennen.
Bei den Mathematikern von TU und LMU



war jedoch die Freude massiv getrübt, war doch ihr Antrag auf Bewilligung einer Graduiertenschule in der Endrunde gescheitert. Es ist aber ein neuer Versuch in der nächsten Antragsrunde geplant.

LMU*innovativ* Trotz der Einstufung „mit hoher Priorität förderungswürdig" scheiterte das gemeinsam mit der Statistik, BWL, VWL und Psychologie beantragte Kompetenzzentrum „Quantitative Finance and Insurance" letztendlich am Mangel an verfügbaren Ressourcen unserer Universität.

Bachelor- und Masterstudiengänge Ab dem Wintersemester 2007/08 wird für Studienanfänger kein mathematischer Diplomstudiengang mehr angeboten werden. An die Stelle der beiden bisherigen Diplomstudiengänge tritt ein Bachelorstudiengang Mathematik, auf dem später mehrere Masterstudiengänge aufbauen werden.
Im kommenden Sommersemester wird letztmalig ein Studienbeginn in den Diplomstudiengängen angeboten werden, sogar mit dem vollen Programm je eines Analysis- und Lineare Algebra-Zyklusses.
Die neue Bachelorprüfungsordnung wurde vom Fachbereichsrat beschlossen und liegt derzeit der Universitätsverwaltung zur Prüfung vor. Auf Seite 8 stellen wir Ihnen den neuen Bachelorstudiengang vor.

Studiengebühren Ab kommendem Semester werden – von wenigen Ausnahmen abgesehen – von allen Studierenden sog. „Studienbeiträge" erhoben, zunächst an der LMU pro Semester 300 Euro, ab Sommer 2008 sogar 500 Euro. Schon in diesem Semester hat unser Institut im Vorgriff auf die Studiengebühren zusätzlich 30.000 Euro zur dringend nötigen Aufstockung des Etats für den Übungsbetrieb bereitgestellt.
Auf Seite 9 gibt unser Studiendekan einen Einblick in die geplante Verwendung der Gelder, soweit hierzu im Moment Aussagen möglich sind.

Öffentlichkeitsarbeit Eine vom Vorstand eingesetzte Kommission beschäftigt sich mit der Frage, wie und in welcher Form die Aktionen Mathematik am Samstag, Tag der Mathematik und das Probestudium fortgeführt werden können.
Für die diesjährige Mathematik am Samstag finden Sie das Programm auf Seite 4, auch der Tag der Mathematik und das Probestudium können hoffentlich in diesem Jahr wie gewohnt stattfinden.

Personalien Mit Ablauf dieses Semesters wird Herr Prof. Dr. Ulrich Oppel pensioniert werden. Seine Nachfolgerin ist Frau Prof. Dr. Francesca Biagini, die schon vor gut einem Jahr im Rahmen einer vorgezogenen Wiederbesetzung ernannt wurde.

Ehrungen Die Plenarversammlung der Sudetendeutschen Akademie der Wissenschaften und Künste wählte am 28. Oktober 2006 Herrn Prof. Dr. Rudolf Fritsch zu ihrem neuen Präsidenten.
Herr Prof. Dr. Andreas Hinz wurde auf dem Internationalen Mathematikerkongress in Madrid mit einem zweiten Preis für sein Poster „From London to Hanoi and back – graphs for neuropsychology" ausgezeichnet. Das Poster kann man sich unter der Adresse www.mathematik.uni-muenchen.de/~hinz/poster_ICM2006N.ps ansehen.
Der LMU-Mathematiker Nicolas Vogelpoth erhielt für seine Diplomarbeit „Some Results on Dynamic Risk Measures" den 1. SCOR-Preis für Aktuarwissenschaften 2006. Der französische Rückversicherungskonzern SCOR ist eines der führenden Unternehmen der Branche. Wie schon in den Vorjahren stifteten SCOR Deutschland und SCOR VIE Deutschland auch im Jahr 2006 einen Preis für hervorragende Arbeiten zur För-

derung des deutschsprachigen aktuarwissenschaftlichen Nachwuchses. Herrn Vogelpoths Diplomarbeit wurde von Herrn Prof. Filipović betreut. Die Preisverleihung fand am 14. November 2006 in der Berlin-Brandenburgischen Akademie in Berlin statt. Wir gratulieren!

Festkolloquien Am 14. Juli feierte die Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik ihr langjähriges Mitglied Prof. Dr. Friedrich Kasch anlässlich seines 85. Geburtstages mit einem Festkolloquium, bei dem die seiner Schule entstammenden Herr Prof. Dr. Ulrich Oberst (Universität Innsbruck) und Frau Prof. Dr. Lidia Angeleri Hügel (Universität Varese) die Festvorträge hielten.
Zu Ehren und aus Anlass des 65. Geburtstages von Prof. Dr. Horst Osswald veranstaltete unsere Fakultät am 10. November ein Festkolloquium, zu dem auch viele ehemalige Studenten und auswärtige Kollegen des Jubilars begrüßt werden konnten. Ein gemeinsames Abendessen im Ratskeller rundete die gelungene Veranstaltung ab.

Festvortrag zum Gödel-Jahr Auf Initiative von Herrn Dr. Peter Schuster und in Zusammenarbeit mit dem Philosophie-Department veranstaltete das Mathematische Institut einen sehr gut besuchten Festvortrag anlässlich des 100. Geburtstages von Kurt Gödel und des 75. Jubiläums der Veröffentlichung der berühmten Unvollständigkeitssätze. Herr Prof. Dr. Michael Rathjen von der University of Leeds trug vor über das Thema „Die Gödelschen Sätze: Gehalt und Phantastik".

Kontaktpflege Der Vorstand des Mathematischen Instituts wählte als Sonderbeauftragte für Kontaktpflege Herrn Filipović (Bereich Versicherungs- und Finanzwirtschaft) und Herrn Schwichtenberg (Bereich Industrie und Wirtschaft).

Bachelor und Master – statt Diplomstudiengang Mathematik

Aller Voraussicht nach wird ab dem WS 2007/2008 an der LMU der Bachelorstudiengang Mathematik, verbunden mit einer Eignungsfeststellungsprüfung, eingeführt sein. Der Diplomstudiengang Mathematik wird dann abgeschafft sein, so dass es nicht mehr möglich sein wird, diesen Studiengang im WS 2007/2008 zu beginnen. Wer sich bis SS 2007 in den Diplomstudiengang Mathematik eingeschrieben hat, kann diesen Studiengang natürlich auch beenden.
Das Mathematische Institut hat nach langer und schwieriger Kommissionsarbeit einen Vorschlag für den Bachelor in Mathematik an die Bologna-Koordinationsstelle und die Rechtsabteilung der LMU geschickt. In eventuell modifizierter Form wird diese Bachelor-Prüfungs- und Studienordnung dem Senat in einer seiner nächsten Sitzungen vorgelegt werden.
Der zukünftige Bachelorstudiengang Mathematik wird wesentlich straffer organisiert sein als der bisherige Diplomstudiengang. Wie bisher gliedert sich in der Regel das Studium in 4-stündige Vorlesungen mit 2-stündigen Übungen, in Zukunft Module genannt, die studienbegleitend durch eine oder zwei Klausuren (oder ausnahmsweise mündlich) geprüft werden. Es wird keine mündlichen Prüfungen über den Stoff mehrerer Semester geben. Für jede bestandene Modulprüfung werden (ECTS-)Punkte vergeben (1 ECTS-Punkt = work load von 30 Stunden, ECTS = European Credit Transfer System).
Die Regelstudienzeit des Bachelorstudiengangs beträgt 6 Semester, in denen man 180 Punkte erreicht haben muss. Durchschnittlich sollte man also pro Semester 30 Punkte erreichen. Wer nach 9 Semestern die 180 Punkte noch nicht beisammen hat, muss das Studium abbrechen. Im ersten Studienjahr müssen außerdem zwei Modulprüfungen der Grundvorlesungen (die so genannte Grundlagen- und Orientierungsprüfung) bestanden werden. Obwohl im Prinzip alle sonstigen Modulprüfungen beliebig oft wiederholt werden können, bleibt wegen des engen Zeitplans und der Fülle an nötigen Prüfungen dazu nicht viel Gelegenheit.

Unser Studienplan sieht folgende Veranstaltungen vor.

Pflichtveranstaltungen (4+4,12 bedeutet 4-st. Vorlesung mit 4-st. Übungen und 12 ECTS-Punkten):

- Analysis einer Variablen (4+4,12)
- Lineare Algebra I (4+4,12)
- Topologie und Differentialrechnung mehrerer Variablen (4+2,9)
- Lineare Algebra II (4+2,9)
- Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen (4+2,9)
- Numerik (4+2,9)
- Stochastik (4+2,9)
- Programmieren I für Mathematiker (2+2,6)
- Programmieren II für Mathematiker (2+2,6)

Aus folgenden 5 Wahlpflichtveranstaltungen müssen 4 ausgewählt werden:

- Algebra (4+2,9)
- Funktionentheorie (4+2,9)
- Gewöhnliche Differentialgleichungen (4+2,9)

- Geometrie und Topologie der Flächen (4+2,9)
- Funktionalanalysis (4+2,9)

Aus den folgenden beiden Wahlpflichtveranstaltungen muss eine ausgewählt werden:

- Computergestützte Mathematik (1+1,3)
- Mathematisches Seminar (0+2,3)

In der Vertiefungsphase sind aus folgender Liste von Wahlpflichtveranstaltungen zwei auszuwählen:

- Höhere Algebra (4+2,9)
- Wahrscheinlichkeitstheorie (4+2,9)
- Finanzmathematik (4+2,9)
- Differenzierbare Mannigfaltigkeiten (4+2,9)
- Partielle Differentialgleichungen (4+2,9)
- Logik (4+2,9)

Pflichtveranstaltungen in der Vertiefungsphase sind außerdem

- Mathematisches Seminar (0+2,3)
- Bachelorarbeit (9 ECTS-Punkte).

Weitere 30 ECTS-Punkte sind in einem Nebenfach (Physik, Informatik,...) zu erwerben.

Aufbauend auf dem Bachelorstudiengang wird es einen Masterstudiengang in Mathematik und voraussichtlich einen in Wirtschaftsmathematik geben.

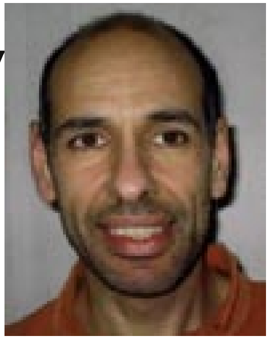
Hans-Jürgen Schneider

Studienbeiträge

Bekanntlich werden ab dem SS 2007 Studienbeiträge von den Studierenden der LMU erhoben. In den ersten beiden Semestern sind das 300 und danach 500 Euro pro Person und Semester. Laut Satzung der LMU dienen diese Gelder der Verbesserung der Studienbedingungen.
Eine zentrale Universitätskommission verteilt die Gelder anteilig nach Studentenzahlen auf die Fakultäten, wobei vorher Gelder für zentrale Aufgaben abgezogen werden. Dann gibt es eine Kommission auf Fakultätsebene, die den Dekan bei der Verwendung des Fakultätsanteils der Studienbeiträge berät. Sie besteht aus sechs studentischen Vertretern, je einem Vertreter der wissenschaftlichen Mitarbeiter, der sonstigen Mitarbeiter, der Professoren und einem von der Frauenbeauftragten benannten Vertreter, dem Studiendekan und dem Dekan. Auf das Mathematische Institut entfallen von den Studienbeiträgen für das SS 2007 und das WS 2007/2008 geschätzte etwa 280.000 Euro, die nach dem Vorschlag des Mathematischen Instituts für folgende Zwecke verwendet werden sollen:
deutliche Erhöhung der Zahl der Tutoren und Korrektoren; höher dotierte befristete Stellen im Übungsbetrieb mit Assistentenaufgaben; Verlängerung der Rechnerzeiten durch zusätzliches Aufsichtspersonal; zusätzliche Maple- und Matlab-Lizenzen; Erhöhung des studentischen Druckkontingents; deutliche Verbesserung der Arbeitsbedingungen für Studierende in den Gängen des Instituts (Bänke und Sitzgelegenheiten); Schaffung neuer Diskussionsräume für Studierende in der Bibliothek; Beteiligung an Personalkosten für das neue zentrale Prüfungsamt der Fakultäten 16, 17 und 20.

Hans-Jürgen Schneider

Mercator-Gastprofessor im Sommersemester 2007



Professor Jan Philip Solovej aus Kopenhagen hat eine Gastprofessur im Rahmen des Mercator-Programms der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) erhalten und wird dieses Stipendium für einen sechsmonatigen Aufenthalt am Mathematischen Institut nutzen. Ziel dieses DFG-Programms ist, wissenschaftliche Zusammenarbeit zu fördern, indem hochkarätige ausländische Professoren für ein oder zwei Semester für deutsche Universitäten gewonnen werden. Die Mercator-Gastprofessoren halten auch Spezialvorlesungen über ihre Forschungsgebiete, die für Studenten ab dem 6. Semester geeignet sind.

Professor Solovejs Arbeitsgebiet ist die Mathematische Physik, insbesondere die mathematische Behandlung von Quantenmechanik. Seit der Entdeckung der Grundgesetze der Quantenphysik in den 1920er Jahren spielt Mathematik dabei eine entscheidende Rolle, und Quantenmechanik ist einer der am stärksten von Mathematik durchdrungenen Teile der Physik geworden. Zum Beispiel wurde Funktionalanalysis teilweise parallel zu den Erfordernissen der Quantenmechanik entwickelt, aber auch Analysis und partielle Differentialgleichungen haben viel zur Quantenphysik beigetragen und davon profitiert.

Warum stürzt das Elektron nicht in den Kern des Wasserstoffatoms? Warum sind Atome und Moleküle stabil? Warum ändert sich die Struktur der Materie bei ganz niedrigen Temperaturen, so dass Supraleitung und Suprafluidität möglich sind? Das sind Fragen der Physik, die alle mit exakter Mathematik formuliert und manchmal beantwortet sowie bewiesen werden können. Diese Probleme sind beste Beispiele der berühmten Aussage des Nobelpreisträgers für Physik Eugene Wigner über die unerhörte Wirksamkeit der Mathematik in den Naturwissenschaften („unreasonable effectiveness of mathematics in natural sciences“). Jan Philip Solovej ist einer der weltweit führenden Wissenschaftler, die sich mit diesen Fragen vom Blickwinkel der strengen Mathematik beschäftigen. Er wurde 1989 an der Princeton University unter Professor Elliott Lieb promoviert und war dort für mehrere Jahre als Assistant Professor tätig. 1997 wurde er in seinem Heimatland an der Universität Kopenhagen zum Professor berufen und ist seit 2000 Mitglied der Dänischen Königlichen Akademie der Wissenschaften. Er weist nicht nur hervorragende Forschungsergebnisse auf, sondern gilt auch als einer der besten Hochschullehrer Dänemarks, ausgezeichnet mit dem „University of Copenhagen, Teacher of the Year Award, 2001“.

Professor Solovej wurde von den Professoren Siedentop und Erdös im Arbeitsgebiet Mathematische Physik eingeladen, aber er wird sich natürlich freuen, Kontakte und mögliche Zusammenarbeit mit anderen Kollegen und Studenten aus der Mathematik oder Physik aufzunehmen. Interessierte Mathematik- und Physikstudenten werden im Sommersemester 2007 die Möglichkeit haben, an Professor Solovejs Vorlesung „Mathematical problems in many-body quantum mechanics“ (4V+2Ü) teilzunehmen. Diese Vorlesung ist insbesondere für Studierende mit Schwerpunkt Angewandte Mathematik, Mathematische Physik und Theoretische Physik sehr zu empfehlen. Sie setzt keine Vorkenntnisse der Physik voraus, daher sind auch Studenten mit Studienschwerpunkt Reine Mathematik willkommen. Professor Solovej wird auch gern im Rahmen von mehreren Seminaren und von Diskussionen zur Verfügung stehen.

Laszlo Erdös

„… und außerdem find ich's toll, mehr zu wissen als andere, wenn ich einen Jogurtbecher anschau!"

August 2006, gerade haben die Semesterferien begonnen und dort, wo sich sonst die Studierenden tummeln, ist nun alles ruhig. Doch das stimmt nicht ganz: Im 2. Stock der Theresienstraße 39 geht es am 3. und 4. August gar nicht leise zu, denn eine muntere Gruppe von 15 Mädchen ist an diesen Tagen zu Besuch im Mathematischen Institut.

Die Ankündigung der Veranstaltung „Der Zebrastreifen auf dem Jogurtbecher" hatte bei den Mädchen zwischen 15 und 16 Jahren die Neugierde geweckt, mehr über European Article Numbers (EANs), Strichcodes und International Standard Book Numbers (ISBNs) zu erfahren.

„Ich hätte nie gedacht, dass man soviel mit einem Strichcode ‚anstellen' kann."

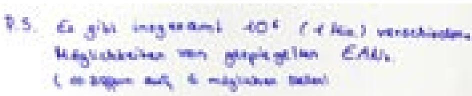
Es blieben zwei Tage Zeit, diese Neugierde zu befriedigen. Die einführende Präsentation behandelte den grundlegenden Aufbau der EANs und ihre Kodierung in das bekannte Strichmuster.
So wurde die EAN als eine 13-stellige Ziffernfolge $a_1 a_2 \ldots a_{13}$ eingeführt, die einer speziellen Quersummen-Bedingung genügt:

Die Summe
$$1 \cdot a_1 + 3 \cdot a_2 + 1 \cdot a_3 + 3 \cdot a_4 + 1 \cdot a_5 + 3 \cdot a_6 + 1 \cdot a_7 + 3 \cdot a_8 + 1 \cdot a_9 + 3 \cdot a_{10} + 1 \cdot a_{11} + 3 \cdot a_{12} + 1 \cdot a_{13}$$
muss durch 10 teilbar sein.

In lockerer Abfolge konnten die Schülerinnen darauffolgend sowohl am PC als auch in Papier- und Bleistift-Form diverse Aufgaben bearbeiten. Die experimentellen Fragestellungen regten zum Aufstellen eigener Fragen und zur Hypothesenbildung an.

- *Welche Fehler können beim Einlesen einer EAN passieren? Welche davon können unentdeckt bleiben?*
- *Kodiere Dein Geburtsdatum! Kannst Du es so in einer EAN unterbringen, dass Du sonst nur Nullen brauchst? Warum nein/ja?*
- *Gibt es (wie bei Wörtern) auch EANs, die von hinten und von vorne lesbar sind?*

Die Bearbeitungen erreichten teilweise sehr hohes Niveau. Spontane Kurzpräsentationen der Lösungsmöglichkeiten durch die Schülerinnen regten zu kritischem Nachfragen und lautem Denken an.



Dank eines frei zugänglichen Applets zur Barcodegenerierung konnte die Umsetzung der nun schon wohlbekannten EANs in ein Strichcodemuster nachvollzogen werden.

Ein kostenfreies Programm zum Scannen diverser Barcodes rundete die PC-Einheit ab.

Ganz bewusst wurden am nächsten Vormittag mit einer recht authentisch anmutenden mathematischen Vorlesung neue Akzente gesetzt. Eine Einführung in das Rechnen mit Resten stellte die nachfolgenden Betrachtungen über EANs und ISBNs auf eine mathematische Grundlage.

Eine 10-stellige Zahl $a_1 a_2 a_3 \ldots a_{10}$ heißt ISB-Nummer, wenn gilt:

$0 = (1 \cdot a_1 + 2 \cdot a_2 + 3 \cdot a_3 + 4 \cdot a_4 + 5 \cdot a_5 + 6 \cdot a_6 + 7 \cdot a_7 + 8 \cdot a_8 + 9 \cdot a_9 + 10 \cdot a_{10}) \pmod{11}$

Mit diesen Requisiten konnte beispielsweise folgender Satz zur Fehlererkennung vollständig bewiesen werden – und so konnten ganz nebenbei und ganz selbstverständlich die verschiedenen Beweismethoden der Mathematik thematisiert werden:

Sei $a_1a_2a_3 \ldots a_{10}$ eine ISBN und seien $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \ldots, \tilde{a}_{10} \in \{0,1,\ldots,9\}$, wobei $\tilde{a}_i \neq a_i$ für alle i gilt.

Dann sind $\tilde{a}_1a_2a_3 \ldots a_{10}$, $a_1\tilde{a}_2a_3 \ldots a_{10}, \ldots$, $a_1a_2a_3 \ldots \tilde{a}_{10}$ keine ISB-Nummern.

Zwei verschiedene ISBNs unterscheiden sich also immer an mindestens 2 Stellen.

Auch der Aufbau der ISBNs wurde in einer Übungseinheit gründlich unter die Lupe genommen. Die Verwandtschaft zu den EANs legte es nahe, ähnliche Fragen zu untersuchen. Dies führte auf unerwartete Ergebnisse, so z.B. die Entdeckung, dass es zwar für jede Ziffer a möglich ist, daraus eine ISBN der Form $a\text{–}aaa\text{–}aaaaa\text{–}a$ zu bilden, es aber im Falle der EANs nur für die Ziffern $b \in \{0,2,4,6,8\}$ gilt, dass $bbbbbbbbbbbbb$ eine EAN ist. Da die Mädchen größtenteils sehr interessiert waren, wurden gemeinsam Beweise erarbeitet, die diese Entdeckungen begründeten.

„Genau richtig viel Mathematik. … aber es sind ja auch Ferien und da will niemand sich zu sehr anstrengen müssen.“

Wie die Stellungnahmen aus einem kurzen Fragebogen an die Teilnehmerinnen zeigen, waren die beiden Tage nicht nur für die Organisatorinnen sehr kurzweilig, sondern konnten auch die Teilnehmerinnen durch die Bank überzeugen. Ganz offensichtlich konnte Begeisterung für die Mathematik geweckt werden.

Von inhaltlicher Seite betrachtet wurde ein alltagsnahes, aber von der Schulmathematik unbeachtetes Themenfeld angerissen, das dennoch genug mathematischen Gehalt hat, um einen Einblick in mathematische Denk- und Arbeitsweisen zu geben. Dass dieser Einblick erwartet und gewünscht worden war, bestätigen viele der Rückmeldungen, die den mathematischen Gehalt als ‚genau richtig‘ bezeichnen.

Nicht verschwiegen werden soll hier, dass es natürlich auch einzelne Stimmen gab, die einen deutlich überwiegenden praktischen Anteil lieber gesehen hätten – zumal doch Ferien seien. In selbige wurden die Teilnehmerinnen schließlich mit einem T-Shirt mit ihrem selbsterstellten Geburtstags-Barcode als Andenken wieder entlassen.

„Der Zebrastreifen auf dem Jogurtbecher“ ist ein Projekt des Lehrstuhls für Mathematikdidaktik der LMU im Rahmen von „Mädchen machen Technik“, dem Ferienprogramm der Münchner Hochschulen und Forschungseinrichtungen.

Koordination und Organisation:
Agentur Mädchen in Wissenschaft und Technik, eine Einrichtung der Frauenbeauftragten der TU München.

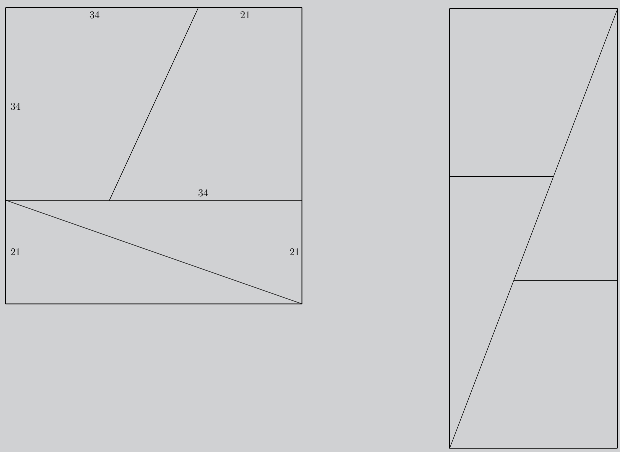
Projektleiterinnen:
Marianne Moormann, Anke M. Lindmeier und Luzia Zöttl

Rätselecke

Max besitzt drei faire Würfel, wobei jede der Zahlen 1 bis 18 auf genau einer der insgesamt 18 Würfelseiten verzeichnet ist, und bietet Ludwig das folgende Spiel an. In jeder Runde darf sich zunächst Ludwig einen Würfel aussuchen, worauf sich dann Max für einen der beiden anderen Würfel entscheiden muss; die Runde geht an denjenigen Spieler, der die höhere Augenzahl würfelt. Wie kann es sein, dass Max auf lange Sicht trotzdem mehr Runden gewinnt als Ludwig, obwohl dieser bei jeder Runde als Erster einen der drei Würfel auswählen darf?

Im Januar, Februar und März 2007 liegen jeweils nur genau vier Sonntage; dagegen verfügen April, Juli, September und Dezember 2007 und damit wenigstens jeder dritte Monat über jeweils fünf Sonntage. Wann gibt es eigentlich zum nächsten Mal diese Konstellation, also drei aufeinander folgende Monate mit jeweils genau vier Sonntagen?

Max zerschneidet einen quadratischen Papierbogen der Kantenlänge 55 cm in vier Teile, die er dann zu einem Rechteck der Länge 89 cm und der Breite 34 cm zusammenfügt; sein Vorgehen ist in der folgenden Skizze dargestellt:



Wie ist es möglich, dass sich dabei der Flächeninhalt von 3.025 cm² auf 3.026 cm² erhöht?

Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 14

Max und Ludwig kaufen sich zusammen 120 Bonbons, wobei sich jeder für seine Lieblingssorte entscheidet, und geben dafür insgesamt gleich viel Geld aus. Max sagt „Hätte ich genauso viele Bonbons gekauft wie Du, so hätte ich 5 Euro bezahlt", worauf Ludwig meint „Und hätte ich genauso viele Bonbons gekauft wie Du, so hätte ich 9,80 Euro bezahlt." Wie viel Geld hat nun jeder der beiden ausgegeben?

Max kauft a Bonbons zu je p Cent, Ludwig b Bonbons zu je q Cent. Damit ist (I) $a + b = 120$ und (II) $a \cdot p = b \cdot q$ sowie (III) $b \cdot p = 500$ und (IV) $a \cdot q = 980$. Aus (III) und (IV) ergibt sich $p = 500 / b$ und $q = 980 / a$, wodurch aus (II) dann $a \cdot 500 / b = b \cdot 980 / a$, also $a^2 = 1{,}96 \cdot b^2$ und somit $a = 1{,}4 \cdot b$ folgt. Setzt man dies in (I) ein, so erhält man $2{,}4 \cdot b = 120$, also $b = 50$, und es ist $a = 70$ sowie $p = 10$ und $q = 14$. Damit hat jeder der beiden $a \cdot p = 700 = b \cdot q$ Cent oder 7 Euro ausgegeben.

Wie das Beispiel $2^{1/2} = \sqrt{2}$ zeigt, ist es nicht schwer, zwei positive rationale Zahlen, hier $a = 2$ und $b = 1/2$, zu finden, deren Potenz a^b irrational ist, hier $a^b = \sqrt{2}$. Gibt es aber auch zwei positive irrationale Zahlen a und b, deren Potenz a^b rational ist?

Die reelle Zahl $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ kann entweder rational oder aber irrational sein; welche der beiden Möglichkeiten zutrifft, ist bis heute eine offene Frage. Im ersten Fall sind $a = \sqrt{2}$ und $b = \sqrt{2}$ zwei irrationale Zahlen mit rationaler Potenz $a^b = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$; im zweiten Fall sind aber $a = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ und $b = \sqrt{2}$ zwei irrationale Zahlen, deren Potenz $a^b = (\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = 2$ rational ist.

Viele Fußballfans fiebern schon seit langem dem großen Ereignis entgegen: die sieben Vereine von Kickershausen tragen wieder ihr alljährliches Turnier aus. Der Modus sieht vor, dass jeder Verein genau einmal gegen jeden anderen Verein spielt. An jedem der sieben Spieltage werden drei Partien ausgetragen, eine Mannschaft ist spielfrei; jede Mannschaft muss nach einem Heimspiel ein Auswärtsspiel austragen und genießt dafür nach einer Partie auf gegnerischem Platz im darauf folgenden Spiel Heimrecht. Dabei kommt es unter anderem zu den folgenden Begegnungen:

1. Spieltag: SpVgg Kickershausen – VfL Kickershausen
2. Spieltag: TuS Kickershausen – FC Kickershausen
3. Spieltag: SpVgg Kickershausen – SV Kickershausen
4. Spieltag: SV Kickershausen – VfL Kickershausen
5. Spieltag: SG Kickershausen – SV Kickershausen
6. Spieltag: TSV Kickershausen – SpVgg Kickershausen
7. Spieltag: SV Kickershausen – TuS Kickershausen

Wie lautet der restliche Spielplan?

Der gesamte Spielplan lautet:

	Partie 1	Partie 2	Partie 3	spielfrei
1. Spieltag	SpVgg – VfL	TSV – SG	FC – SV	TuS
2. Spieltag	TuS – FC	SG – SpVgg	SV – TSV	VfL
3. Spieltag	SpVgg – SV	TSV – TuS	VfL – SG	FC
4. Spieltag	SV – VfL	TuS – SpVgg	FC – TSV	SG
5. Spieltag	SG – SV	SpVgg – FC	VfL – TuS	TSV
6. Spieltag	TSV – SpVgg	TuS – SG	FC – VfL	SV
7. Spieltag	SV – TuS	VfL – TSV	SG – FC	SpVgg

Zunächst ergibt sich aus den bekannten Begegnungen bereits der spielfreie Tag und damit das Heimrecht für TuS, SV und SpVgg; damit stehen auch die beiden verbleibenden Partien des SV sowie die gesamten zwei ersten Spieltage fest. Nachdem FC, SG und TSV jeweils an einem der drei mittleren Spieltage spielfrei sind, ist auch das Heimrecht aller Mannschaften an den letzten zwei Spieltagen bekannt; da die Begegnung TSV – SG bereits am 1. Spieltag stattfindet, erhält man schon den kompletten 6. und 7. Spieltag. Die Partie zwischen SG und VfL kann nur noch am 3. Spieltag, die zwischen TuS und VfL damit nur noch am 5. Spieltag stattfinden; dadurch ergibt sich aber der komplette restliche Spielplan.

Karrieren

Als ich gebeten wurde, für die Mathematik-Zeitschrift zu schreiben, musste ich sehr überlegen, was ich nach fünfeinhalb Jahren (inklusive Referendariat) als Mathematik- und Physik-Lehrer berichten könnte.

Am besten beginne ich am Anfang. In den 90er Jahren studierte ich am Mathe-Institut unter anderem bei Professor Steinlein für das Lehramt am Gymnasium, wo ich im Sommer 2000 das Staatsexamen ablegte.

Beim Referendariat hatte ich großes Glück und bekam einen Platz in München, so dass ich nicht umziehen musste. Die Zeit an der Stammschule war ziemlich anstrengend. Ständig fühlte man sich unter Beobachtung und das Unterrichten war uns noch sehr ungewohnt.

Und das Schlimmste dabei (was übrigens auch heute noch gilt): Nie ist man fertig! Man könnte immer noch etwas nachlesen oder überarbeiten. Vielleicht fällt mir ja noch eine bessere Motivation ein. Soll ich vielleicht ein Arbeitsblatt erstellen? Mein erster Tipp an angehende Lehrer: Seid bitte nicht zu perfektionistisch veranlagt! Ihr werdet sonst nie fertig! Manchmal muss man fünf gerade sein lassen.

Im Zweigschuleinsatz konnten wir dann aufatmen. Wir hatten Gelegenheit uns freizuschwimmen und vieles auszuprobieren. Dabei erfuhr ich viel Unterstützung durch meine Kollegen an der Zweigschule und konnte mich auf meinen Beruf einstimmen.

Das letzte halbe Jahr mit den vielen Prüfungen ging schnell vorbei. Gott sei Dank wussten wir bereits, dass die meisten von uns eine Stelle bekommen würden, und so herrschte kein Konkurrenzkampf, sondern Einigkeit und gegenseitige Unterstützung. Dennoch waren wir alle erleichtert, als die letzte Prüfung hinter uns lag, und waren mit den Noten mehr oder weniger zufrieden.

Dann hatte ich das große Glück, ans Maria-Theresia-Gymnasium zu kommen, an dem ich seit drei Jahren unterrichte. Es handelt sich um eine mittelgroße Schule mit ca. 800 Schülern in München. Eigentlich wollte ich ja lieber an eine ländliche Schule als in die Stadt, da das Unterrichten dort oft doch leichter ist. Ich hatte mich dann aber schnell eingewöhnt.

Wir kämpfen mit den üblichen Problemen: zu wenig Platz, teilweise große Klassen, improvisiertes Mittagessen und jetzt den Baustellenlärm durch den längst nötigen Anbau. Aber das Klima an der Schule ist sehr gut, so dass sich die Schüler und Lehrer sehr wohl fühlen.

Was unterscheidet das MTG nun von anderen Schulen? Es gehört zu den wenigen Gymnasien in Bayern, die eine spezielle Hochbegabtenförderung im Programm haben. Das bedeutet in diesem Fall, dass es von der sechsten bis zur zehnten Jahrgangsstufe je eine Förderklasse mit maximal 22 Schülern gibt. Und das macht es auch für den Mathematik-Lehrer besonders interessant.

Wir bemühen uns, schon die Fünftklässler spielerisch an die Mathematik heranzuführen. So gibt es abgesehen von den üblichen Wettbewerben noch Monatsrätsel in der Unterstufe. Diese werden abwechselnd von den Mathelehrern gestellt und korrigiert. Die Schüler sind mit Eifer dabei, da diese Rätsel nicht so schwierig sind und viel durch Knobeln lösbar ist. Aber auch die Mathematikolympiade, Landes- und Bundeswettbewerb und der Känguruwettbewerb werden gerne angenommen. Besonders freut es uns, wenn auch in der Mittelstufe noch viele Schüler teilnehmen und dabei zum Teil auch sehr erfolgreich sind. Man trifft uns auch jeden Sommer beim Tag der Mathematik an der LMU mit einer großen Anzahl unserer Schüler. Auch letzten Juli waren wir dabei. Dieses Mal hatte ich gleich drei Teams mit je vier Schülern aus meiner fünften Klasse dabei. Und natürlich habe ich mich sehr gefreut, dass gleich zwei der Gruppen unter die Preisträger kamen. Aber am schönsten war der Moment, als mich die Mädels anstrahlten, die keinen Preis bekommen hatten und mir erzählten, wie viel Spaß sie an diesem Tag hatten! Das muss man sich schon mal vorstellen, wenn so viele Schüler ihren eigentlich freien Samstag der Mathematik „opfern"!

Ich hoffe sehr, dass all diesen Schülern ob vom MTG oder anderen Gymnasien die Freude an der Mathematik so erhalten bleibt und das Mathematische Institut den Tag der Mathematik auch in den kommenden Jahren noch in diesem Umfang anbieten kann. Und natürlich hoffe ich, dass einige meiner Schüler später einmal hier Mathematik studieren möchten. Besonders schön wäre es, wenn sich dabei auch einige zukünftige Lehrer finden würden.

Denn es ist ein schöner Beruf, der einem viel Befriedigung geben kann! Natürlich hat er auch ein paar Schattenseiten. Manchmal ärgert man sich über das System, uneinsichtige Eltern, anstrengende Klassen, viel Arbeit und auch manches Vorurteil („Lehrer haben vormittags recht und nachmittags frei"). Aber mir macht das Lehren viel Spaß, und besonders schön ist es zu hören, wenn die Schüler Freude an der Mathematik haben und sich auch über kleine Erfolge freuen. Das gibt mir immer wieder Auftrieb, wenn es gerade besonders anstrengend ist!

Sylvia Lackner

Karrieren

Vom schlechten Mathe-Schüler zum Lehrer

Zum ersten Mal knickte meine mathematische Laufbahn auf einem Elternsprechtag ein. „Frau Bartholomé! Das Jüngelchen kann wunderbar Witze erzählen. Aber Mathematik wird er wohl nie lernen" prophezeite man meiner Mutter. Betroffen nahm sie das „Jüngelchen" vom Gymnasium. Ich trug den Ranzen wieder zur Hauptschule in Daun. Hier wurde ich aus meinen Fantasie- und Traumwelten für geistige Arbeit aufgeweckt. Damals konnte man in Rheinland-Pfalz nach der Hauptschule ein sechsjähriges Gymnasium besuchen. Die Geometrie der Mittelstufe begeisterte mich. Nächte verbrachte ich beim Lösen schwieriger Aufgaben.

Aber in der Oberstufe wurden die armen Kurven diskutiert. Je nun! Mich ödete das an. Die leere Technik ohne Bezug zur Wahrheit langweilte. Die Lücke füllte die Mechanik der 11. Klasse aus. Deswegen wollte ich Physik studieren. Aber in München, in der ersten Vorlesung über theoretische Physik machte ich die grausige Erfahrung: Kaum etwas verstand ich. Allgemeine philosophische Prinzipien wurden gepredigt. So „leitet" Herr Prof. Bopp die ganze klassische Mechanik aus dem Extremalprinzip ab. Ein löbliches Vorhaben. Aber Definitionen wurden nicht sauber hingeschrieben, Theoreme nicht genau formuliert, geschweige denn bewiesen. Die glasklaren Vorlesungen von Prof. Koecher, Kerner, Jörgens, Pareigis und Kasch gewannen mich wieder der Mathematik und entfremdeten mich der Physik. Die Diplomprüfung legte ich dann in Mathematik ab. Richtig Freude machte mir dabei die Diplomarbeit. Zum ersten Mal stellte ich fest: Viel abenteuerlicher als vorgefertigte Aufgaben zu lösen ist es, eigenen Fragen nachzugehen. Das eine ist Vorturnen, das andere Klettern in der freien Natur. Zwei Jahre lang erhielt ich ein Graduiertenstipendium um zu promovieren. Danach beschloss ich, Lehrer zu werden. In der Ausbildung wurde uns sehr viel Zeit mit Protokollen, endlosen Schulkunde-, Psychologie- und Pädagogik-Sitzungen gestohlen. Man dogmatisierte über Freud, Jung und Piaget; nichts wurde belegt.

Seitdem bemühe ich mich, den Kindern eine Ahnung von Mathematik und Physik zu vermitteln. Mehrere Leistungskurse in Mathematik habe ich zum Abitur geführt. Dabei merkte ich: Es sind verschiedene Stiefel, ob die Schüler ein gutes Abitur schreiben oder ob sie in den zwei Jahren Mathematik lernen. Um ein gutes Abitur zu schreiben muss man differenzieren und integrieren können, verstehen muss man es nicht. Lehrpläne kommen und Lehrpläne gehen, die Aufgaben aber bleiben bestehen. Im zentralen Abitur in Bayern sind die Tests längst normativ. In den Lehrplänen stehen von Zeit zu Zeit hehre Worte: Grenzwert, Differenzierbarkeit, Vektorräume, Basen u.s.w. Nichts davon wird im Abitur abgefragt. Wie vor Urzeiten werden Kurven diskutiert und in Tabellen die Gaußverteilung nachgeschlagen. Normativ sollten Lehrpläne sein. Tests sollten nur feststellen, ob die Ziele erreicht worden sind.

Ich habe stets versucht, einen Kompromiss zwischen notwendigem Training und der Mathematik zu finden. In K12 betrieben wir Mathematik und in K13 büffelten wir fürs Abitur. Ich sah keinen anderen Weg. Deswegen wurde mir die Mittelstufengeometrie immer lieber. Hier kann Fragen nachgegangen werden. Jede gelöste Aufgabe ist mit einer kleinen mathematischen Erkenntnis verbunden. Fast immer gibt es mehrere Lösungswege. Jeder dieser Wege erschließt weitere Fragen und Verallgemeinerungen. Mit Hilfe ihrer Freundin Fantasie zeigt die betagte Dame Geometrie ungebrochen ihren Charme. Um ins Bett des G8 zu passen, wurde sie grässlich verstümmelt.

Mir fiel es stets schwer, die jungen Leute zu benoten. Ich wollte mit ihnen nachdenken, musste ihnen aber ständig besserwisserisch eine Nummer ankleben, eine unwürdige Sache. Aber in den jungen Leuten das Vertrauen zur eigenen Vernunft zu wecken bleibt eine Aufgabe, die aller Ehren wert ist. Der Strahlensatz gilt nicht, weil eine Autorität eine Erleuchtung hatte, sondern weil er logisch aus Grundlegenderem folgt. Man kann die Gültigkeit oder Ungültigkeit eines Satzes erkennen, ohne sich die Schädel einzuschlagen. Man lernt Methoden, Vermutungen zu kritisieren: Formuliere so genau, dass deine Rede eindeutig wahr oder falsch ist. Fahnde nach Gegenbeispielen, findest du keine, so suche schließlich die Vermutung zu beweisen. Hierbei lernt man auch, dass manche Fragen noch zu schwierig sind. Dann muss man die Frage vorläufig offen lassen. Gegner und Befürworter der These ringen um die eine Wahrheit. Die einen mühen sich zu widerlegen, die anderen zu beweisen. So ist der Nutzen der Mathematik für die Bildung größer, als wenn in einer Pseudoanwendung berechnet wird, wieviel Farbe zum Anstrich eines Flugzeuges notwendig ist. In diesem Sinne wird das „Jüngelchen“ auch noch den Rest seiner „Schulzeit“ versuchen, mit Hilfe der Mathematik in jungen Leuten Witz und Verstand zu fördern.

Andreas Bartholomé

Praktikum

Praktikum bei der Bayerischen Landesbank

Fast jeden Tag auf dem Weg zur Uni durchquere ich den Innenhof eines großen, blauen Gebäudes – der Bayerischen Landesbank. Dabei habe ich mich schon oft gefragt, wie wohl ein typischer Arbeitstag in dieser Bank aussieht? Und da ich in den Semesterferien gerne ein Praktikum bei einer Bank oder Versicherung absolvieren wollte, um neben dem theoretischen Uni-Alltag ein wenig „Praxisluft“ zu schnuppern bzw. einen Einblick in mögliche Tätigkeiten eines Mathematikers zu bekommen, bewarb ich mich kurzerhand bei der BayernLB, … und schon wenige Wochen später hatte ich eine Zusage!

Gleich am ersten Tag wurden die neuen Praktikanten von zwei Damen der Personalabteilung begrüßt und durch die Bank geführt. Außerdem erhielten wir in kleineren Vorträgen einen ersten hilfreichen Überblick über die Organisation der BayernLB sowie die Aufgaben und Tätigkeiten der verschiedenen Geschäftsbereiche. Nach einem gemeinsamen Mittagessen begleitete mich eine Praktikantin in meine Abteilung, in der man mich bereits erwartete.

Meine Gruppe „Team Marktdatenmanagement“, die dem Bereich „Risk Office“ untergeordnet ist, befasst sich mit dem Sammeln und Verwalten von Marktdaten; dazu zählen beispielsweise Wertpapierkurse, Dividenden, Zinsen und Wechselkurse. Diese Daten werden von der Bank u.a. dazu benötigt, das Verlustrisiko ihres Portfolios einzuschätzen. Eine wichtige Kenngröße hierbei ist das sog. „Value at Risk“, das die Verlusthöhe eines bestimmten Portfolios mit 1%-iger Wahrscheinlichkeit angibt. Für die Berechnung wird eine vollständige Wertpapierhistorie der vergangenen 250 Tage benötigt.

Meine Aufgabe war es nun, Verfahren zur Simulation fehlender Kurse einer Aktienzeitreihe zu entwickeln und die Auswirkungen auf das VaR eines Portfolios zu testen. Eine meiner Methoden war die sog. „Beta-Simulation“, die die Korrelation einer Aktie mit einem zugehörigen Index ausnutzt. Es wird dafür angenommen, dass sich der Aktienkurs proportional zum Indexkurs verändert.

Bei meiner Aufgabe konnte ich mich bei Fragen jederzeit an meine Kollegen wenden. In den ersten Wochen verschaffte ich mir mit Hilfe von Finanzmathebüchern und dem Internet einen Überblick über die Thematik. Außerdem bekam ich kleinere Aufgaben von meinen Kollegen. Im Laufe meines Praktikums wurde mein Simulations-Excel-Tool immer umfangreicher, und am Ende konnte ich damit selbst fehlende Aktienkurse mit verschiedenen Methoden simulieren und die Auswirkungen auf das VaR berechnen.

Die Betreuung während meines gesamten Praktikums war sehr gut. Es gab eine eigene Ansprechpartnerin für Fragen und Probleme und auch außerhalb der Arbeitszeit wurden regelmäßig Praktikantentreffen und sonstige Aktivitäten organisiert.

Mein Praktikum bei der BayernLB hat sich auf alle Fälle gelohnt. Ich habe erfahren, dass die manchmal recht theoretische und trockene Uni-Mathematik Basis für viele grundlegende finanzmathematische Modelle ist, und es sich deshalb lohnt, diese genau zu verstehen. Daher kann ich jedem Mitstudenten nur empfehlen, selbst einmal ein Praktikum zu absolvieren, um Erfahrungen in der Praxis zu sammeln.

Birgit Beck

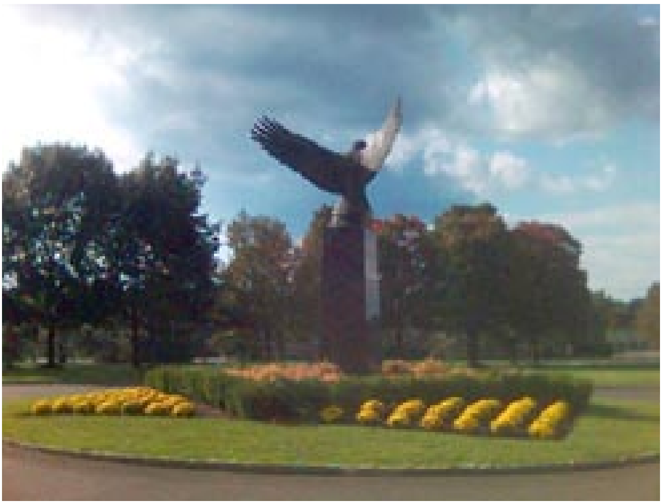
Praktikum

Die Vorfreude ist bei einem Auslandspraktikum in den USA selbstverständlich groß, auch wenn diese sehr schnell durch die amerikanische Bürokratie getrübt werden kann. Die Hindernisse für ein US-Visum sind aufgrund der Vielzahl an Formularen und Vorschriften für Fotos zahlreich und machen es zu einer langwierigen Angelegenheit. Letztes Hindernis ist dann schließlich die Sicherheitskontrolle bei der Einreise mit Foto und Fingerabdruck.

Doch nach dem freundlichen Empfang am ersten Arbeitstag bei der Munich Re America waren diese Dinge schnell vergessen. Meinem Studium der Wirtschaftsmathematik angelehnt, war meine Arbeitsstelle bei den Aktuaren des Broker Markets, die in erster Linie für Berechnung der Rückversicherungsprämien zuständig sind. Da man für diese Tätigkeit einiges an Theorie und am Ende auch etwas Erfahrung braucht, bestanden meine ersten zwei Wochen aus einer Menge Theorie und der Einarbeitung in die internen Systeme und Methoden, die einem bei der Prämienberechnung sehr hilfreich sind. Die sich anschließende alltägliche Arbeit war keinesfalls langweilig und gleichförmig.

Die von Kunden übermittelten Datensätze, die als Grundlage für die Berechnung dienen, waren sehr unterschiedlich in Form und Qualität. Daher war es häufig genug eine Herausforderung, diese in geeigneter Weise zu manipulieren, um die somit gewonnenen Daten in die internen Systeme zu überführen.

Neben dieser Tätigkeit bin ich außerdem in vielen anderen Abteilungen herumgekommen und habe damit das Geschäft der Rückversicherung von mehr als nur einer Seite kennengelernt. Sehr interessant war auch die mir von einem Kollegen eröffnete Gelegenheit bei einem Versicherungsaudit teilzunehmen. Kurioserweise mussten wir von dieser Geschäftsreise frühzeitig aufbrechen, da Hurrikan „Ernesto“ genau in unsere Richtung zog und uns einen ‚Achterbahn‘-Rückflug in einem kleinen Flieger bescherte.



Rückblickend waren diese 8 Wochen in Princeton eine Erfahrung fürs Leben und haben ganz nebenbei auch meine Fähigkeit, englische Konversation zu betreiben, enorm verbessert und meine Einstellung zum Fastfood manifestiert.

Darüber hinaus ist Princeton der ideale Ausgangspunkt, um nicht nur die weltberühmte Uni und Einsteins Haus zu besuchen. Auch viele Städte wie New York, Philadelphia und Washington sind nicht weit entfernt und immer einen Ausflug wert, oder mehrere.

Thomas Jeworrek

Praktikum

Eigentlich hatten wir beide schon ein Praktikum gemacht. Eigentlich wollten wir so kurz vor dem Ende unseres Studiums auch gar kein Praktikum mehr machen. Und eigentlich wollten wir den womöglich letzten Sommer als Studenten genießen und nicht acht Stunden pro Tag in einem Büro verbringen.

Aber die Stellenanzeige von WatsonWyatt versprach uns eine für uns relevante und interessante Tätigkeit, die obendrein für ein Praktikum in München gut bezahlt wurde. So bewarben wir uns dort und wurden beide, zusammen mit einer dritten Praktikantin von der Universität Ulm, für drei Monate genommen.

Bei WatsonWyatt handelt es sich um eine Unternehmensberatung mit Schwerpunkt betrieblicher Altersvorsorge und Versicherungsberatung mit 6.000 Mitarbeitern in 30 verschiedenen Ländern. Diese Firma hatte eine Software mit dem Namen VIPitech entwickelt: Ein Programm, mit dessen Hilfe eine einfache Modellierung von Versicherungsprodukten und deren Bestandsentwicklung wie zum Beispiel die eines Rentenversicherungsvertrages möglich ist. Dabei kann fast das gesamte Versicherungsgeschäft eines Unternehmens simuliert werden.

Unsere Aufgabe war es nun, in dieses Programm die in Deutschland üblichen Verträge zu implementieren und zu testen, damit bei einem späteren Einsatz der Software bei Versicherungsgesellschaften diese ein Grundgerüst für ihre Berechnungen besitzen. Zwar beherrschte keiner von uns Praktikanten eine Programmiersprache, doch es hätte wohl auch wenig genützt, denn VIPitech stellt ein eigenständiges System mit einem eigenen Aufbau und einer eigenen Struktur dar.

Aufgrund der Komplexität der Software wurden die ersten anderthalb Wochen des Praktikums dazu verwendet, sich mit dem Programm vertraut zu machen. Dabei erhielten wir mehrere Schulungen und mussten sogar Übungsaufgaben selbstständig bewältigen. Da dies in einer freundlichen Atmosphäre geschah und wir unsere Ideen direkt an den Rechnern mit dem Originalprogramm ausprobierten, gestalteten sich diese ersten Tage sehr kurzweilig.

Nach der Einführungsphase begannen wir mit dem Implementieren der Standard-Verträge. Anfangs waren wir zwar noch auf große Unterstützung der anderen Mitarbeiter angewiesen, doch nach und nach wurden wir selbstständiger, teilten die gestellten Projektaufgaben unter uns eigenständig auf und führten teilweise sogar eigene Besprechungen in den Konferenzräumen durch. Dabei waren die von uns in DAV-Vorlesungen erworbenen Kenntnisse teilweise weniger nützlich als das vom Mathematikstudium allgemein geförderte analytische Denken und die Kreativität.

Das Besondere an diesem Praktikum war das gute, fast familiäre Arbeitsklima. Alle Kollegen waren zu uns sehr freundlich und außerordentlich hilfsbereit. Für diese drei Monate fühlten wir uns als echte Arbeitskollegen und nicht als Praktikanten. Dies war eine Erfahrung, die geholfen hat, dass wir der Berufswelt mit mehr freudiger Erwartung und weniger unangenehmer Ungewissheit entgegenblicken. Eine Erfahrung, die wir jedem vor dem Einstieg in die Berufswelt nur empfehlen können.

Gleb Krapivkin
Gregor Rossmanith

Knoten zur Realisierung von Quantenrechnern

Eine Anwendung der Topologie?

Martin Schottenloher

Die Idee für einen Quantencomputer (oder Quantenrechner, wie es im Folgenden heißt) wird schon seit einigen Jahrzehnten verfolgt. Dass etwas „Neues“ zu erwarten ist, wenn Berechnungen von einem Quantensystem ausgeführt werden, lässt sich bereits aus verschiedenen Bemerkungen von R. Feynman (um 1980) herauslesen.

Als solides theoretisches Konzept gibt es den Quantenrechner inzwischen seit gut 20 Jahren [3], – und in der Tat, die Umsetzung des Konzeptes in einen konkreten Rechner verspricht viel, zum einen wesentlich mehr an Rechenkraft und zum anderen den Einsatz von neuen Algorithmen, mit denen es z.B. möglich wäre, die zur Zeit gebräuchlichen Sicherheitscodes (RSA) zu knacken.

Es gibt noch weitere wichtige Gründe, sich mit der Entwicklung von Quantenrechnern zu beschäftigen. Die fortschreitende Miniaturisierung der Bauteile von herkömmlichen Rechnern bedeutet zum einen, dass dabei schon bald (schätzungsweise vor 2020) in Größenordnungen vorgestoßen wird, bei denen Quanteneffekte eine maßgebliche Rolle spielen. Zum anderen wird die Wärmeentwicklung zu einem Problem. Denn unterhalb einer festen Größenordnung ist es nach dem Stand der Technik nicht mehr möglich, die (durch Informationsverlust) entstehende Wärme in den integrierten Schaltungen der zukünftigen Computer überhaupt abzuleiten und die betroffenen Teile davor zu schützen, dass sie verglühen. Hier gibt das Quantenrechnen eine Perspektive, weil es sich so gestalten lässt, dass im Prinzip kaum Wärme entsteht.

Die Herstellung eines Quantenrechners wäre daher sicherlich auch mit einem ökonomischen Erfolg verbunden. Warum also gibt es solch ein Wunderding eines Quantenrechners noch nicht?

Es fehlt ganz einfach die zündende Idee einer Realisierung des Quantenrechners. Die Realisierung als konkretes physikalisches System (also als ein gebautes Gerät) hat vor allem mit dem Umstand zu kämpfen, dass ein Quantensystem mit seiner unmittelbaren Umgebung interagiert, und daher die Rechenoperationen auf dem Quantenniveau nicht stabil ablaufen, sondern von den genannten Interaktionen gestört werden (*Dekohärenz*). Es gilt also ein Gerät zu schaffen, welches das Quantensystem, das die Rechnungen ausführt, genügend gut abschirmt, und das dennoch Inputs (durch Präparation von geeigneten Zuständen) und Outputs (durch Messung) zulässt.

Vorschläge zum Bau eines Quantenrechners sind das Thema von vielen interessanten Arbeiten der letzten 15 Jahre. Die meisten Vorschläge konzentrieren sich darauf, lokal ein Quantensystem zu konstruieren, das genügend abgeschirmt ist, zum Beispiel durch große Kühlung (und weiteren Aufwand). In diesem Artikel möchte ich stattdessen auf einen Vorschlag von A. Kitaev eingehen, der die Topologie ins Spiel bringt, und zwar die Topologie der Knoten und Zöpfe. In der von M. Freedman[1] weiterentwickelten Idee von A. Kitaev [4] sind bestimmte Quasiteilchen, die so genannten Anyonen, von Bedeutung. Anyonen kann man sich als Teilchen vorstellen, die sich auf zweidimensionalen Flächen bewegen, und deren „Bahnen“ dann im dreidimensionalen Raumzeitdiagramm zu Verknotungen (genauer: zu Zöpfen) führen.

[1] M. Freedman erhielt 1986 die Fieldsmedaille und forscht jetzt – wie auch A. Kitaev – bei Microsoft am „Project Q“.

Prinzip des Quantenrechnens

R. Feynman hat 1982 dargelegt, dass die (zeitliche) Evolution eines Quantensystems sich nicht effizient mit einem klassischen Computer simulieren lässt, auch wenn stochastische Effekte einbezogen werden. Der Grund dafür ist, dass die Informationsmenge, die benötigt wird, um ein sich zeitlich entwickelndes Quantensystem mit klassischen Mitteln zu beschreiben, in der Regel zu schnell wächst, sie nimmt nämlich exponentiell zu. Diese Tatsache nicht als Schwäche der klassischen Beschreibung zu werten, sondern als eine Chance für neue Rechenkraft zu sehen, ist das Wesen des Quantenrechnens. Wenn es denn klar ist, dass in großem Umfang Berechnungen nötig sind, um klassisch darzustellen, was in einem Mehrteilchen-Interferenz-Experiment auf Quantenniveau passieren wird, dann kann im Prinzip umgekehrt die Durchführung des Experiments mit anschließender Messung eine komplexe Berechnung ersetzen. Das ist die grundsätzliche Idee des Quantenrechnens!

D. Deutsch zeigte im Jahre 1985 [3], dass ein universeller Quantenrechner existiert, der in der Lage ist, beliebige andere Quantenrechner zu simulieren. Das entspricht im Klassischen der universellen Turingmaschine, weshalb dieser universelle Quantenrechner auch *Quantenturingmaschine* genannt wird. In weiteren Forschungen wurde bewiesen, dass Details und Umfang des zu simulierenden Quantensystems den Aufwand des universellen Quantencomputers nicht exponentiell wachsen lässt.

Im Ergebnis: Die Quantenmechanik setzt dem klassischen Rechnen keine Grenzen, sie liefert dagegen im Prinzip neue Berechnungsmethoden. Und der universelle Quantenrechner kann wesentlich mehr als der klassische Rechner.

Qubits

Basiselement des Quantenrechners ist das *Quantenbit* (kurz: *Qubit*) in Verallgemeinerung der Bits. Während ein Bit nur zwei Zustände, etwa 0 und 1, annehmen kann, ist der Zustand eines Qubits eine *Superposition* zweier Elementarzustände. Qubits werden durch zweidimensionale komplexe Hilberträume $\mathbb{H} = \mathbb{C}^2$ repräsentiert und ihre Zustände durch Vektoren aus $\mathbb{H}$ der Länge 1. Wir notieren einen Zustandsvektor mit $|\psi\rangle \in \mathbb{H}$ und die Elemente einer Orthonormalbasis von $\mathbb{H}$ mit $|0\rangle$ und $|1\rangle$. $|\psi\rangle$ hat dann die eindeutige Darstellung

$$|\psi\rangle = \omega_0|0\rangle + \omega_1|1\rangle \text{ mit } \||\psi\rangle\| = 1\,,$$

wobei $\omega_0, \omega_1 \in \mathbb{C}$ und $\omega_0\overline{\omega}_0 + \omega_1\overline{\omega}_1 = |\omega_0|^2 + |\omega_1|^2 = 1$. Die Zustände des Qubits werden daher durch die Koeffizienten (ω_0, ω_1) auf der dreidimensionalen Sphäre $\mathbb{S}^3 \subset \mathbb{C}^2$ parametrisiert. Zwei Zustandsvektoren $|\psi\rangle$ und $|\phi\rangle$ beschreiben dabei den gleichen Zustand, wenn sie sich um eine komplexe Zahl $\lambda = e^{i\theta} \in \mathbb{S}^1$ vom Betrag 1 unterscheiden, d.h. wenn $|\psi\rangle = \lambda|\phi\rangle$ ist. Man spricht von der *Phase* θ, um die sich die beiden Zustandsvektoren zum gleichen Zustand unterscheiden. Es folgt, dass die Zustände eines Qubits eineindeutig parametrisiert werden durch Punkte auf der komplex-projektiven Geraden $\mathbb{P}_1 := \mathbb{S}^3/\mathbb{S}^1$, das ist der Raum aller komplexen Geraden im $\mathbb{C}^2$. $\mathbb{P}_1$ ist die Riemannsche Zahlensphäre und ist in natürlicher Weise mit der zweidimensionalen Sphäre $\mathbb{S}^2$ identifizierbar. Insgesamt ergibt sich daher als Raum der Zustände eines Qubits die Sphäre $\mathbb{S}^2$. Die durch die Einheitsvektoren $|0\rangle$ bzw. $|1\rangle$ repräsentierten Zustände entsprechen dabei auf $\mathbb{S}^2$ dem Nord- bzw. Südpol, und ein allgemeiner Zustand wird als Punkt auf der Sphäre $\mathbb{S}^2$ gegeben. Dieses Bild entspricht der Polarisierung eines Photons oder dem Spin eines Elektrons.

Ein wichtiger Unterschied – der auch das klassische Rechnen und das Quantenrechnen so verschieden macht – ist die Tatsache, dass ein klassisches Bit nur zwei, ein Qubit dagegen unendlich viele verschiedene Zustände einnehmen kann.

Quantenregister

Eine Reihe von n Qubits wird *Quantenregister* der Größe n genannt. Das Register wird gleichgesetzt mit dem n-fachen Tensorprodukt $\mathbb{H}^{\otimes n} := \mathbb{H}_1 \otimes \mathbb{H}_2 \otimes \ldots \otimes \mathbb{H}_n$ von n Kopien des Hilbertraumes $\mathbb{H}_j = \mathbb{H} = \mathbb{C}^2$. Informationen werden in binärer Form verwendet. Z.B. hat 5 die Darstellung $|1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle$ wegen der Entwicklung von 5 als $5 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$. Allgemein wird für $a \in \{0,1\}^n$ die Abkürzung

$$|a\rangle := |a_{n-1}\rangle \otimes |a_{n-2}\rangle \ldots |a_1\rangle \otimes |a_0\rangle \,,$$

$a = (a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}) = a_0 \ldots a_{n-1}$, $a_i \in \{0,1\}$, verwendet. $|a\rangle$ repräsentiert den Zustand zum Wert ${}^*a \in \mathbb{N}$, ${}^*a := 2^0 a_0 + 2^1 a_1 + \ldots + 2^{n-1} a_{n-1}$, und wir schreiben auch $|{}^*a\rangle$ statt $|a\rangle$. Es gibt 2^n Zustände von diesem Typ, welche die natürlichen Zahlen ${}^*a$ zwischen 0 und $2^n - 1$ repräsentieren. Zugleich bilden die $|a\rangle$, $a \in \{0,1\}^n$, eine Orthonormalbasis von $\mathbb{H}^{\otimes n}$.

Ein Quantenregister der Größe 3 kann daher natürliche Zahlen wie z.B. 7 darstellen bzw. speichern, nämlich durch

$$|1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1\rangle = |111\rangle = |7\rangle$$

($7 = {}^*111$). Der springende Punkt im Vergleich zur klassischen Situation ist allerdings, dass ein Quantenregister auch zwei Zahlen zugleich als Superposition speichern kann. Etwa durch

$$\alpha|011\rangle + \beta|111\rangle \text{ mit } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1\,,$$

$\alpha \neq 0 \neq \beta$. Das Register lässt sich sogar in einer Superposition von allen 8 Basiselementen präparieren, z.B. als $|\eta\rangle = 2^{-\frac{3}{2}}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle + |101\rangle + |110\rangle + |111\rangle) = 2^{-\frac{3}{2}} \sum_{k=0}^{7} |k\rangle$. Man beachte, dass sich dieser Zustand ergibt, indem jedes der drei Qubits in den Zustand $2^{-\frac{1}{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ versetzt wird: $|\psi\rangle = 2^{-\frac{1}{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes 2^{-\frac{1}{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes 2^{-\frac{1}{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Ein beliebiger Zustandsvektor hat die Form $\sum_{k=0}^{7} \omega_k |k\rangle$ mit $\omega_k \in \mathbb{C}$, $\sum |\omega_k|^2 = 1$. Im Falle n anstelle von 3 haben wir analoge Formeln und sehen, dass die Zustände eines Quantenregisters der Größe n über die Koeffizienten ω_k durch die Sphäre $\mathbb{S}^{2m-1} \subset \mathbb{C}^m$ parametrisiert werden, wobei $m = 2^n = \dim_{\mathbb{C}} \mathbb{H}^{\otimes n}$ ist. Stellt man noch die Mehrfachbeschreibung durch Faktoren $\lambda \in \mathbb{S}^1$ in Rechnung, so ist der eigentliche Parameterraum der komplex-projektive Raum $\mathbb{P}_{m-1} := \mathbb{S}^{2m-1}/\mathbb{S}^1$ der komplexen Geraden im $\mathbb{C}^m$. Das ist eine Mannigfaltigkeit der reellen Dimension $2m - 2 = 2^{n+1} - 2$ mit dem Potential, entsprechend viel an Information vorzuhalten.

Zeitentwicklung

Um Rechenoperationen mit Quantenregistern durchzuführen, muss man die Quantenregister verändern. Die zeitliche Entwicklung eines Quantensystems wird durch eine Grundgleichung beschrieben, die darauf hinausläuft, dass eine unitäre Transformation U auf das System wirkt, d.h. auf den Hilbertraum $\mathbb{H}$, dessen Einheitsvektoren die Zustände des Systems repräsentieren. Für einen Anfangszustand $|\psi\rangle \in \mathbb{H}$ ist $U(|\psi\rangle) \in \mathbb{H}$ der Endzustand zu einem (vorher festgelegten) späteren Zeitpunkt. Das kann man sich als verallgemeinerte Rotation eines Zustandsvektors vorstellen. Wichtig ist, dass U linear ist, d.h.

$$U(\alpha|\phi\rangle + \beta|\psi\rangle) = \alpha U(|\phi\rangle) + \beta U(|\psi\rangle)$$

für $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ und $|\phi\rangle, |\psi\rangle \in \mathbb{H}$, und dass $\|U(|\psi\rangle)\| = \||\psi\rangle\|$. Das gilt für alle Hilberträume $\mathbb{H}$, und trifft insbesondere für

Qubits und Quantenregister zu. Eine typische unitäre Transformation U_A auf dem Qubit ist z.B. durch lineare Fortsetzung von

$$U_A(|0\rangle) := 2^{-\frac{1}{2}}(|0\rangle + |1\rangle)\,,$$
$$U_A(|1\rangle) := 2^{-\frac{1}{2}}(|0\rangle - |1\rangle)\,,$$

gegeben. $|\eta\rangle$ findet sich dann wieder als

$$(U_A \otimes U_A \otimes U_A)(|000\rangle) = |\eta\rangle\,.$$

Quantenparallelismus

Die Zeitentwicklung hängt von den physikalischen Gegebenheiten ab. Es ist daher prinzipiell möglich, z.B. durch Anlegen von magnetischen und elektrischen Feldern, eine gewünschte Transformation maßzuschneidern. Damit wird der Vorteil, den die Quantentheorie bietet, deutlich: Ist der Anfangszustand eine Superposition, so wirkt die Zeitentwicklung ja zugleich auf alle Summanden. Auf diese Weise wird z.B. eine Funktion wegen der Linearität der Zeitentwicklung für alle diejenigen Basiszustände gleichzeitig „berechnet“, die in der anfänglichen Superposition relevant sind. Das ist der *Quantenparallelismus*, der als Erklärung dienen kann, warum im Prinzip das Quantenrechnen schneller ist als das klassische Rechnen. Die Anzahl der Basiszustände $(|a\rangle\,,\ a \in \{0,1\}^n)$ wächst exponentiell mit n, sie ist 2^n. Es können also in einem Register der Größe n bis zu 2^n Informationseinheiten parallel verarbeitet werden.

Ganz so toll ist die Situation – ganz abgesehen von den Schwierigkeiten der Realisierung – dann doch nicht. Der Endzustand enthält zwar alle Funktionswerte, aber bei einer einzelnen Messung kann man nur einen Messwert ermitteln. Eine weitere Messung ist unmöglich, weil die durchgeführte Messung den Zustand verändert und die weiteren Informationen daher zerstört. Die Vorteile der Quantenmechanik werden also durch die Eigenheiten der Quantenmechanik gleich wieder zunichte gemacht? Nein, denn mit den richtigen Ideen kann die Informationsmenge, die in dem superponierten Endzustand steckt, genutzt und teilweise ausgelesen werden, so dass aus dem Quantenparallelismus doch noch ein Vorteil gezogen wird. Dazu das Beispiel:

Algorithmus von Deutsch

Es geht darum, bei einer nicht bekannten Funktion $f : \{0,1\} \to \{0,1\}$ herauszufinden, ob sie konstant ist oder nicht. Im Klassischen bleibt einem nichts übrig, als die Funktion zweimal aufzurufen, also die beiden Werte $f(0), f(1)$, zu berechnen, um diese Aufgabe zu lösen. Im Quantenrechnen reicht eine Rechenoperation mit f:

Es werden zwei Qubits verwendet. Das erste wird zu Beginn in den Zustand $|0\rangle$ und das zweite in $|1\rangle$ versetzt. Wir beginnen also mit dem Zustand $|01\rangle$. Auf jeden der beiden Zustände wird die unitäre Transformation U_A (s.o.) angewendet, also $U_A \otimes U_A$ auf $|01\rangle$. Das Ergebnis ist

$$\frac{1}{2}\,(|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle - |1\rangle) =$$
$$\frac{1}{2}\,(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)\,.$$

Die vorgegebene Funktion f definiert durch $U_f(|a_0 a_1\rangle) = |b_0 b_1\rangle$ mit $b_0 := a_0\,,\ b_1 := a_1 \oplus f(a_0)$ und durch lineare Fortsetzung die unitäre Transformation U_f. Dabei ist $x \oplus y$ die Addition „modulo“ 2, also $1 \oplus 1 = 0 = 0 \oplus 0, 0 \oplus 1 = 1 \oplus 0 = 1$. U_f angewandt auf unser Ergebnis von $U_A \otimes U_A(|01\rangle)$ liefert einen Zustand, der abschließend wieder durch $U_A \otimes U_A$ gedreht wird. Der Endzustand $|\phi\rangle := (U_A \otimes U_A) \circ U_f \circ (U_A \otimes U_A)(|01\rangle)$ kann elementar ausgerechnet werden. Für die konstanten Funktionen $f_1 = 0\,,\ f_2 = 1$, ergibt sich für $|\phi\rangle$:

$$|01\rangle \ \text{bzw.}\ -|01\rangle\,.$$

Für die Identität f_3 und die Vertauschung $f_4 : 0 \mapsto 1\,,\, 1 \mapsto 0$, ergibt sich

$$|11\rangle \text{ bzw. } -|11\rangle\,.$$

Eine Messung des ersten Qubits zeigt dann 0 oder 1, je nachdem ob f konstant ist oder nicht. Das Problem wird also mit nur einem Aufruf der Funktion f gelöst.

Quantengatter und Quantenrechner

Wir kommen jetzt zu dem Konzept eines Quantenrechners, und zwar als Modell eines Schaltplans (oder Schaltkreises oder Netzwerks; im Englischen „circuit" oder „network"). Sämtliche Manipulationen an Qubits oder Quantenregister müssen unitäre Transformationen sein, wie wir oben festgestellt haben. Ein *Quantengatter* ist eine Schaltung, die eine festgelegte unitäre Operation auf einer fest ausgewählten (endlichen) Menge von Qubits in einem definierten Zeitintervall durchführt. Ein bereits eingeführtes Beispiel ist die unitäre Transformation U_A, die „Hadamard-Gatter" genannt wird.

Ein *Quantenschaltplan* besteht aus mehreren Quantengattern, die hintereinander geschaltet sind, und für die festgelegt ist, in welcher Reihenfolge jedes einzelne Gatter auf welche Qubits wirkt. Schließlich besteht ein *Quantenrechner* aus einem solchen Schaltplan, bzw. aus einer fehlerfreien physikalischen Realisierung eines solchen Schaltplans. Mehr dazu findet man in [7].

Analog zur klassischen Situation gibt es einige wenige Quantengatter (bezeichnet als *universelle Quantengatter*), mit denen alle Quantengatter beschrieben werden können. Das läuft daraus hinaus, für die unitäre Gruppe $U(2^n)$ einen übersichtlichen Satz von Transformationen aus $U(2)$ und $U(4)$ auszuwählen, durch den $U(2^n)$ erzeugt wird. Z.B. ist das Hadamard-Gatter zusammen mit den Phasengattern ausreichend, um alle unitären Transformationen U eines Qubits, also $U \in U(2)$, darzustellen. Das *Phasengatter* zu $\theta \in \mathbb{R}$ ist durch $|0\rangle \mapsto |0\rangle$, $|1\rangle \mapsto e^{i\theta}|1\rangle$ und lineare Fortsetzung gegeben.

Wunder dauern etwas länger

Die Realisierung eines Quantenrechners steht noch aus. In gewisser Weise kann man sich die heutige Situation in etwa analog zu der Zeit um 1940 vorstellen, als die Grundprinzipien des maschinellen Rechnens durch die Turingmaschine (1936) etabliert waren, aber noch kein Computer mit seinen Röhren und Schaltungen vollständig entwickelt worden war.

Beim Bau eines Quantenrechners nach den gerade formulierten Prinzipien sind eine Vielzahl von Problemen zu überwinden. Die Dekohärenz durch die Interaktion der Bauteile mit der Umgebung ist bereits genannt worden. Ein weiteres Thema stellt die notwendige Fehlerkorrektur dar. Die Fehlerkorrektur aus der klassischen Praxis ist nicht direkt übertragbar, weil man in der Quantentheorie keine Kopien von Zuständen herstellen kann (No-Cloning-Theorem). Diese Hürde wurde aber genommen, wie z.B. in [7] nachgelesen werden kann. Ebenso ist bekannt, dass fehlertolerantes Quantenrechnen möglich ist. Allerdings ist der technische Aufwand, der getrieben werden muss, um die Schwelle an Fehlern geeignet niedrig zu halten, außerordentlich hoch.

Hier kommt das *topologische* Quantenrechnen (s.u.) zum Tragen, das grundsätzlich weniger von der Umgebung beeinflusst wird und daher weniger fehleranfällig ist.

Identische Teilchen

Ein zentrales Thema der Quantenphysik ist die Theorie der *identischen* Teilchen, das sind Teilchen, die sich nicht durch physikalische Eigenschaften unterscheiden lassen. Zum Beispiel sind alle Elektronen in diesem Sinne identisch. Daher wird in einem System von mehreren Elektronen durch den Austausch von zwei Elektronen die Physik des Gesamtsystems nicht verändert. Das bedeutet, dass der Austausch eine Symmetrie des Systems ist, die durch eine unitäre Transformation U auf dem Hilbertraum $\mathbb{H}$ (der Wellenfunktionen) des Gesamtsystems repräsentiert wird.

Im dreidimensionalen Raum ergeben sich genau zwei solche Symmetrien, die Identität $U = \mathrm{id}$ bei den Bosonen (z.B. ist das Photon ein Boson) und die Transformation $U = -\mathrm{id}$ bei den Fermionen (z.B. ist das Elektron ein Fermion). Weitere Teilchen im Dreidimensionalen kann es in der derzeit gültigen Formulierung der Quantentheorie nicht geben. Das gilt auch für Teilchen, die sich in höherdimensionalen Räumen bewegen. Dass es nur diese zwei Möglichkeiten gibt, hat nicht zuletzt auch topologische Gründe, wie wir hier darlegen wollen:

Konfigurationsraum

Der *Konfigurationsraum* K_n von n identischen Teilchen im d-dimensionalen $X = \mathbb{R}^d$, $d \geq 2$, kann wie folgt beschrieben werden: Man bildet den Raum $K_n^\sim$ aller n-Tupel $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ von Punkten (bzw. Positionen) $x_j \in X$, die sich unterscheiden, d.h. $x_j \neq x_k$ für $j \neq k$, und identifiziert dann alle n-Tupel aus $K_n^\sim$, die durch Permutationen auseinander hervorgehen. Der dadurch gegebene Raum ist der Konfigurationsraum $K_n := K_n^\sim / S_n$, wobei S_n die Permutationsgruppe von n Elementen bezeichnet. Im Falle $d \geq 3$ kann man vergleichsweise leicht sehen, dass $K_n^\sim$ einfach zusammenhängend ist, also sich jede Schleife kontinuierlich innerhalb $K_n^\sim$ auf einen Punkt zusammenziehen lässt. Die Fundamentalgruppe von K_n ist daher gerade die Permutationsgruppe S_n, und diese hat genau zwei nichtäquivalente unitäre skalare Darstellungen (bzw. Charaktere, s.u.), die der Bosonen- bzw. Fermionenstatistik entsprechen.

Im Falle $d = 2$ ist die Fundamentalgruppe von K_n weitaus komplizierter, weil die Räume $K_n^\sim$ nicht einfach zusammenhängend sind. Die Fundamentalgruppe von K_n ist die *Zopfgruppe* B_n und die von $K_n^\sim$ ist die Gruppe P_n der reinen Zöpfe mit n Strähnen. Es gilt $B_n / P_n \cong S_n$. Die möglichen unitären skalaren Darstellungen von B_n lassen sich durch $\lambda \in \mathbb{S}^1$ parametrisieren, wie sich mit Hilfe einer geeigneten Beschreibung der Zopfgruppe zeigen lässt:

Zöpfe und Knoten

Um Zöpfe mit n Strähnen zu beschreiben, fixiere man im $\mathbb{R}^3$ zwei Reihen von je n Punkten $A_1, A_2, \dots, A_n$ und $E_1, \dots, E_n$ (z.B. $A_j := (j, 0, 0)$, $E_j := (j, 0, 1)$). Eine *Strähne* ist eine Kurve (oder Polygonzug), der einen der Punkte A_j (Anfangspunkt) mit einem der E_k (Endpunkt) ohne Überschneidungen verbindet (d.h. die zugehörige Parametrisierung kann injektiv gewählt werden)[2]. Ein *Zopf* σ *mit* n *Strähnen* wird durch n Strähnen repräsentiert, die sich nirgends schneiden (je zwei Strähnen sind ohne gemeinsame Punkte). Es wird daher der Punkt A_j mit genau einem Punkt $E_{s(j)}$ verbunden und damit zu σ eine Permutation $s \in S_n$ definiert. Wenn diese Permutation die Identität ist, also A_j mit E_j verbindet für $1 \leq j \leq n$, so spricht man von einem *reinen Zopf* mit n Strähnen. Zwei Zöpfe gelten als *äquivalent*, wenn sie sich

[2] Die Kurven müssen außerdem noch stückweise regulär sein, d.h. dass sie in einer geeigneten Parametrisierung, abgesehen von endlich vielen Punkten, stets einen nichtverschwindenden Geschwindigkeitsvektor haben.

kontinuierlich (durch eine sogenannte Homotopie) so ineinander deformieren lassen, dass sie stets punktfremde injektive Strähnen als Zwischenstufen haben. Für den Fall $n = 4$ seien drei typische Zöpfe skizziert:

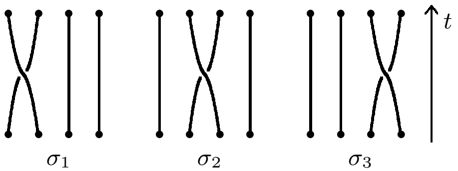


Abb. 1: Drei Zöpfe mit $n = 4$ Strähnen

Offensichtlich sind die in Abb. 1 skizzierten Zöpfe keine reinen Zöpfe.

Die Abbildung soll auch zeigen, dass Zöpfe als Bewegung des Systems von n Punkten in der Ebene $F = \mathbb{R}^2$ (als *Raum*) verstanden werden können, die zu einer Vertauschung führt: Die Bewegung hängt ab von dem Zeitparameter t (siehe Abb. 1) und sie vollzieht sich in der Ebene F, welche die Anfangspunkte A_j enthält und die senkrecht zur Zeichenebene steht. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt die Bewegung in den Anfangspunkten, zwischendurch müssen die Punkte stets in getrennten Positionen auf F sein und zu einem festen Zeitpunkt $t = T$, z.B. $T = 1$, endet die Bewegung in den Endpunkten. Die Strähnen sind dann die Weltlinien und die Skizze in Abb. 1 zeigt die Bewegung in einem Raumzeitdiagramm. Bewegungen gelten als gleich, wenn sie sich überschneidungsfrei stetig ineinander überführen lassen.

Die Menge B_n' (der Äquivalenzklassen) der Zöpfe wird zu einer Gruppe durch die Definition einer Verknüpfung, in der die jeweiligen Verzopfungen hintereinander ausgeführt werden: Für Zöpfe σ und τ sei σ^1 die Strähne von σ, die A_1 mit $E_{s(1)}$ verbindet und $\tau^{s(1)}$ die Strähne von τ, die $A_{s(1)}$ mit $E_{t(s(1))}$ verbindet (t ist die zu τ gehörige Permutation der Indizes). Dann liefert die Hintereinanderdurchlaufung der Kurve σ^1 und dann der Kurve $\tau^{s(1)}$, deren Beginn man jetzt bei $E_{s(1)}$ ansetzt, nach geeigneter Stauchung eine Kurve von A_1 nach $E_{t(s(1))}$, welche die erste Strähne von $\tau\sigma$ definiert. Genauso werden die weiteren Strähnen von $\tau\sigma$ definiert, um einen wohldefinierten Zopf $\tau\sigma$ zu erhalten.

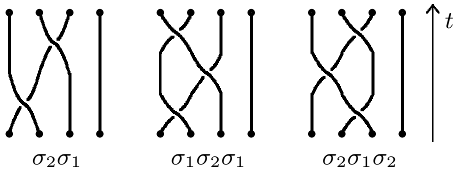


Abb. 2: Verknüpfungen

Es erfordert keine große Mühe nachzuweisen, dass B_n' mit dieser Verknüpfung zu einer Gruppe – der *Artinschen Zopfgruppe* – wird. Die Abb. 2 zeigt, dass $\sigma_1\sigma_2\sigma_1$ und $\sigma_2\sigma_1\sigma_2$ übereinstimmen, weil sie sich stetig ineinander deformieren lassen. Analog gilt $\sigma_2\sigma_3\sigma_2 = \sigma_3\sigma_2\sigma_3$. Außerdem ist offensichtlich $\sigma_1\sigma_3 = \sigma_3\sigma_1$. Das sind alle Relationen der σ_j, und die Gruppe B_4' wird von den σ_i erzeugt. B_n' erweist sich ganz analog als isomorph zur Gruppe in $n-1$ Erzeugern σ_j mit den Relationen $\sigma_j\sigma_{j+1}\sigma_j = \sigma_{j+1}\sigma_j\sigma_{j+1}$, $1 \leq j \leq n-2$ und $\sigma_j\sigma_k = \sigma_k\sigma_j$ für $|j-k| \geq 2$. Es folgt: ${B_2}' \cong \mathbb{Z}$ und alle weiteren B_n' , $n \geq 3$, sind ebenfalls unendlich.

Wir haben uns den Zöpfen etwas ausführlicher zugewandt, weil sie für das topologische Quantenrechnen eine wichtige Rolle spielen. Außerdem geben sie eine Realisierung der Fundamentalgruppen der oben behandelten Konfigurationsräume, denn die Gruppe B_n' erweist sich als isomorph zu der weiter oben definierten Fundamentalgruppe B_n des Konfigurationsraumes von n identischen Teilchen im $\mathbb{R}^2$. Ferner können wir mit der expliziten Beschreibung auch sofort die unitären skalaren Darstellungen von B_n angeben, es sind dies die Homomorphismen $\rho : B_n \to \mathbb{S}^1$. Diese sind festgelegt durch $\rho(\sigma_j) = e^{i\theta_j}$ mit $e^{\theta_j} = e^{\theta_k}$ für alle $1 \leq j, k \leq n-1$, weil die $\rho(\sigma_j)$ die Relationen erfüllen müssen. Umgekehrt liefert jede Vorgabe von $\theta_j = \theta \in \mathbb{R}$ einen solchen Homomorphismus.

Über die Gruppenisomorphie $B_n/P_n \cong S_n$ lassen sich schließlich auch die unitären skalaren Darstellungen der Permutationsgruppe S_n bestimmen, die ja die Fundamentalgruppe der Konfigurationsräume K_n in den Dimensionen $d \geq 3$ ist: Es gibt nur zwei solche Darstellungen. Denn jeder Homomorphismus $\rho : B_n \to \mathbb{S}^1$, der von einem Homomorphismus $r : S_n \to \mathbb{S}^1$ kommt, muss auf der Untergruppe P_n der reinen Zöpfe konstant gleich dem neutralen Element 1 sein. Wegen $\sigma_j^2 \in P_n$ folgt $\rho(\sigma_j)^2 = 1$, und damit $\rho(\sigma_j) = \pm 1$. Wegen der Relation $\sigma_j\sigma_{j+1}\sigma_j = \sigma_{j+1}\sigma_j\sigma_{j+1}$ folgt entweder stets $\rho(\sigma_j) = 1$ oder stets $\rho(\sigma_j) = -1$. Der erste Fall entspricht den Bosonen und der zweite den Fermionen.

Aus Zöpfen werden Knoten, wenn man die Anfangspunkte mit den Endpunkten durch Kurven überschneidungsfrei (im $\mathbb{R}^3$) miteinander verbindet. Ein wesentliches Resultat besagt, dass umgekehrt jeder Knoten auf diese Weise vorkommt. Knoten und Zöpfe, wie auch Verknotungen und Verzopfungen, können daher in diesem Sinne als gleichwertig angesehen werden.

Anyonen

Teilchen, die sich nur in zwei Dimensionen bewegen, also z.B. in der Ebene $F = \mathbb{R}^2$, in der 2-Sphäre $F = \mathbb{S}^2$ oder im Torus $F = \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$, verhalten sich bei Vertauschung fundamental anders als solche in höheren Dimensionen: Es gibt nicht nur Fermionen und Bosonen, sondern es treten weitere unitäre Symmetrietransformationen auf, die durch Teilchenaustausch entstehen. Das passt zur Beschreibung der unitären skalaren Darstellungen von B_n (s.o.), kann aber auch in Verbindung gebracht werden mit denjenigen projektiven Darstellungen der Gruppe $\mathrm{SO}(2,1)$, die nicht durch eine lineare Darstellung induziert werden.

Man nennt die Teilchen, die nicht Fermionen oder Bosonen sind, *Anyonen*[3], da jede beliebige („any“) Phase zugelassen ist (vgl. [9] für eine elementare Einführung). Im Experiment lassen sich tatsächlich Konfigurationen realisieren, die zu Anyonen führen könnten. Dazu werden Elektronen zwischen zwei Halbleitern eingefangen, so dass eine Bewegung senkrecht zur Grenzfläche nicht möglich ist. Anregungen des so präparierten Elektronengases verhalten sich bei geeigneten Bedingungen wie Systeme von Teilchen in der Grenzfläche. Bekannt geworden ist das Beispiel des Experiments zum fraktionalen Quantum-Hall-Effekt, bei dem sich die Anregungen wie Teilchen verhalten, die einen Bruchteil der Elektronenladung tragen. Ob sich auch Anyonen erzeugen lassen, die die Eigenschaften haben, wie sie für den topologischen Quantenrechner benötigt werden, ist aber bisher nicht geklärt.

Was sind diese „Anyonen-Eigenschaften“? Wir wollen noch einmal auf das Vertauschen von Teilchen zurückkommen. Man kann sich bei einem System von zum Beispiel 4 Teilchen den Austausch von Teilchen 1 und Teilchen 2 durch das erste Diagramm in Abb. 1 veranschaulichen. Dabei entspricht unsere Skizze dem Vertauschen im Uhrzeigersinn. Eine Vertauschung im Gegenuhrzeigersinn führt gerade zu dem inversen Zopf σ_1^{-1}, für den in einer zu Abb. 1 analogen Skizze bei der Überkreuzung die

[3] nicht zu verwechseln mit Anionen

Strähne von 1 nach 2 im Vordergrund liegt. Beliebige Vertauschungen führen so zu allen möglichen Zöpfen.

Jede Sequenz von Vertauschungen bedeutet auf dem Niveau der Zustände eine Symmetrie, d.h. eine unitäre Transformation des jeweiligen Quantenregisters.

Für das topologische Quantenrechnen müssen die Anyonen *nichtabelsch* sein, das heißt, dass nicht alle diese unitären Operatoren miteinander vertauschen, dass sie also von einer nichtabelschen und daher höherdimensionalen Darstellung der Zopfgruppe B_n kommen. Solche Anyonen treten in theoretischen Überlegungen auf, wenn man von Quantenfeldtheorien mit einer nichtabelschen Eichgruppe (z.B. $\mathrm{SU}(2)$) ausgeht.

Es ist schließlich erforderlich, dass es verschiedene Arten von Anyonen gibt, so dass zu jedem Teilchen auch ein Antiteilchen gehört. Zwischen diesen Teilchen gibt es feste Regeln der Fusion und der Spaltung (s.u.).

Topologisches Quantenrechnen

Bevor wir auf weitere Eigenschaften der Anyonen eingehen, soll erst einmal das Grundprinzip des topologischen Quantenrechnens mit Anyonen dargelegt werden (vgl. [8]).

1. Im ersten Schritt werden eine endliche Anzahl von Anyon–Antianyon Paaren erzeugt und in einer Reihe angeordnet. Sie stellen die Qubits der Eingabe der Berechnung dar.

2. Die präparierten Anyonen werden in einem zweiten Schritt durch Einwirkung von elektrischen und magnetischen (und evtl. weiteren) Feldern vertauscht. Sie erzeugen dabei einen Zopf und weiterhin eine unitäre Transformation des Gesamtsystems. Diese wirkt sich auf die Fusion der Anyonen aus.

3. Im Endzustand werden benachbarte Teilchen fusioniert und es wird festgehalten, ob die Teilchen vollständig verschwinden oder nicht. Diese Daten stellen das Ergebnis der Berechnung dar.

Der wesentliche Unterschied zu einem Quantenrechner im Schaltplan-Modell, wie wir ihn oben vorgestellt haben, ist die Tatsache, dass auf Grund von quantentheoretischen Eigenschaften die (globalen) topologischen Konfigurationen gegen kleine Störungen unempfindlich sind, die Berechnung also weitaus weniger störanfällig ist (vgl. [2, 8]).

Äquivalenz

M. Freedman hat in Kooperation mit anderen Forschern zeigen können, dass die hier vorgestellten Modelle des Quantenrechnens äquivalent sind. Einerseits kann jeder Quantenrechner im Schaltplan-Modell durch einen topologischen Quantenrechner simuliert werden, andererseits gilt das auch umgekehrt. Dahinter steckt möglicherweise ein Prinzip, wie es im Klassischen durch die Church-Turing-These formuliert wird: Alle Konzepte des Quantenrechnens sind letztlich äquivalent.

Knoteninvarianten

Im Grundsatz gibt das Konzept des topologischen Quantenrechnens mit Hilfe von Anyonen auch die Möglichkeit, Knoteninvarianten direkt zu ermitteln, indem der entsprechende Knoten (bzw. Zopf, s.o.) über die Anyonenbahnen realisiert und dann einfach gemessen wird. Dieser Ansatz steht in einer engen Beziehung zu den Ideen von E. Witten[4], der in der Arbeit [11] eine Grundlage für die Existenz einer großen Klasse von Knoteninvarianten durch Quantenfeldtheorien (hier die Chern-

[4] Fieldsmedaille 1990

Simons-Theorie) liefert und in diesem Kontext den Anstoß zu einer neuen Theorie, der *topologischen Feldtheorie*, gegeben hat.

Fusion und Spaltung

Welche Eigenschaften der Anyonen für das Quantenrechnen sinnvoll und erforderlich sind, wird in der Beschreibung von verschiedenen Anyonenmodellen dargelegt. Eine Einführung dazu findet sich in [8], und ein spezielles, exakt lösbares Modell, das dem Ising-Modell der Statistischen Physik entspricht, wurde von A. Kitaev [5] ausgearbeitet. Im Kern geht es darum, die Fusion von je zwei Anyonen zu beschreiben. Die Quintessenz ist eine Fusionsregel von dem Typ

$$\mu \times \nu = \sum_\lambda N_{\mu\nu}^\lambda \lambda \,.$$

Dabei bezeichnen λ, μ, ν Teilchensorten, $\times$ steht für Fusion, und auf der rechten Seite stehen die bei der Fusion von μ, ν entstehenden Teilchen der Sorte λ mit ihrer Vielfachheit $N_{\mu\nu}^\lambda$. Die Gleichung kann auch von rechts nach links gelesen werden und beschreibt dann die Spaltung von Anyonen.

Die Fusionsregeln (mit zusätzlichen Bedingungen) beinhalten eine reiche algebraische Struktur. Fusionsregeln treten in vielen Bereichen der Mathematik und Physik auf, u.a. bei Kategorien von Darstellungen einer Gruppe, bei Quantengruppen und Hopf-Algebren, bei der Verlinde-Formel [1], bei topologischen Feldtheorien [11] und konformen Feldtheorien [6], und bei modularen Kategorien. In [8] wird behauptet, dass die Fusionsregeln des dort dargestellten Anyonenmodells eine unitäre modulare Kategorie festlegen, und der Beweis dazu wird in [10] erbracht. Aus allgemeinen Resultaten über solche Kategorien folgt, dass diese Anyonenmodelle deshalb eine topologische Feldtheorie bestimmen.

Viele Details zu dem Thema „topologisches Quantenrechnen“ mussten fortgelassen werden, insbesondere zur physikalischen Realisierung, aber auch zum Quantenrechnen überhaupt, wie z.B. die Nutzung der Verschränkung von quantentheoretischen Zuständen. Sie können in der angegebenen Literatur nachgelesen werden.

Literatur

[1] Blau, M./Thompson, G.: *Derivation of the Verlinde Formula from Chern-Simons Theory and the G/G model.* `http://arxiv.org/hep-th/9305010` (1993).

[2] Collins, G.P.: Quantenknoten in der Raumzeit. *Spektrum d. Wiss.* (Juli 2006), 35–41.

[3] Deutsch, D.: Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer. *Proc. Roy. Soc. London, Ser A* **400** (1985), 97–117.

[4] Freedman, M./Kitaev, A./Larsen, M./Wang, Z.: *Topological quantum computation.* `http://arxiv.org/quant-ph/0101025` (2002).

[5] Kitaev, A.: *Anyons in an exactly solved model and beyond.* `http://arxiv.org/cond-mat/0506438` (2005)

[6] Moore, G./Seiberg, N.: Classical and quantum conformal field theory. *Comm. Math. Phys.* **123** (1989), 171– 254.

[7] Nielsen, M.A. / Chuang, I.L.: *Quantum Computation and Quantum Information.* Cambridge Univ. Press (2000).

[8] Preskill, J.: *Topological Quantum Computation.* `http://www.theory.caltech.edu/~preskill/ph219/topological.pdf`

[9] Rao, S.: *An Anyon Primer.* `http://arxiv.org/abs/hep-th/9209066` (1992).

[10] Schaffry, M.: *Knoteninvarianten und topologisches Quantenrechnen.* Diplomarbeit (2006), LMU München.

[11] Witten, E.: Quantum Field Theory and the Jones Polynomial. *Comm. Math. Phys.* **121** (1989), 351–399.


Vorsprung erzielen.
Hochschulabsolventen/-innen
Global Markets
Sie nehmen Herausforderungen an. Sie setzen auf Vorsprung.
Die Deutsche Bank teilt Ihre Leidenschaft durchzustarten, nach vorne zu denken, Chancen zu ergreifen. Starten Sie Ihre Karriere mit uns!
In Global Markets setzen wir auf Ihre Kenntnisse der Kapitalmärkte, analytischen Fähigkeiten und Ihren Teamgeist. Sie bringen frische Ideen und innovative Lösungen in unsere Handelsräume. Sie zählen zu den Besten Ihrer Klasse und sind immer einen Schritt voraus!
Für weitere Informationen kontaktieren Sie bitte:
Audrey Herz, audrey.herz@db.com, +49 (69) 910-31383.
Sind Sie bereit? Bewerben Sie sich jetzt online!
www.db.com/careers
Leistung aus Leidenschaft.
Deutsche Bank

Die LV 1871 ist eine unabhängige Versicherungsgruppe, die ihre Position als innovativer und leistungsstarker Spezialist für individuelle Vorsorge und Versorgungslösungen kontinuierlich ausbaut. Erstklassige Unternehmens- und Produktanalysen durch renommierte Ratingagenturen bestätigen den Ruf der LV 1871 als „Die Gute Adresse". Auf diesem erfolgreichen Weg begleiten uns mehr als 7.500 kompetente Makler und Mehrfachagenten in partnerschaftlicher Zusammenarbeit. Den hohen Qualitätsstandard von Produkten und Serviceleistungen verdanken wir unseren rund 400 qualifizierten und motivierten Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern.

Für unsere Bereiche Betriebliche Altersversorgung sowie Mathematik/Produktentwicklung suchen wir regelmäßig engagierte

Werkstudenten/innen

Ihre Aufgaben:

Sie unterstützen unsere Bereiche Betriebliche Altersversorgung oder Mathematik/Produktentwicklung bei den täglich anfallenden Aufgaben und arbeiten z.T. an diversen Projekten mit. Sie wirken im einzelnen je nach Einsatzgebiet z.B. unterstützend bei

- der Erstellung von Angeboten und versicherungsmathematischen Gutachten
- der Beratung im Bereich bAV
- der Erarbeitung von maßgeschneiderten Lösungen im bAV-Bereich (Versorgungsvorschläge, Versorgungswerke)
- der Produktentwicklung (z.B. Produktdesign, Prototypenentwicklung, Produktbeschreibung, Fachkonzepterstellung und –umsetzung) und –betreuung
- der Entwicklung von Softwarelösungen
- Verwaltungsaufgaben

mit.

Ihre Qualifikation:

Sie passen gut zu uns, wenn Sie Mathematik (idealerweise mit Schwerpunkt Versicherungsmathematik) oder Wirtschaftsmathematik studieren und Ihre Kenntnisse in der Praxis einsetzen möchten. Darüber hinaus sollten Sie gut kommunizieren, großes Interesse an der Einarbeitung in neue Aufgabengebiete sowie hohe Einsatzbereitschaft und Eigeninitiative mitbringen. Interesse und Verständnis für wirtschaftliche und juristische Zusammenhänge sowie gute PC-Kenntnisse (MS-Office), Erfahrung im Umgang mit aktuellen EDV-Systemen und dem Internet setzen wir voraus.

Ihr Ansprechpartner:

Falls wir Ihre Neugierde geweckt haben, senden Sie Ihre Bewerbung bitte an
Lebensversicherung von 1871 a.G. München
Personalabteilung, Herrn Jörg Gorgas • Maximiliansplatz 5 • 80333 München
Telefon: 0 89 / 5 51 67 - 583 • E-Mail: jörg.gorgas@lv1871.de

Lebensqualität aus München